

Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC
Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

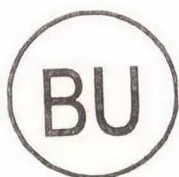
Estimadores Definidos com Critérios Estatístico-Numéricos
Aplicados à Estimação Robusta de Estados em
Sistemas de Potência

Tese submetida como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

Autor: Robson Celso Pires



UFSC-BU



Florianópolis, 04 de Julho de 1998

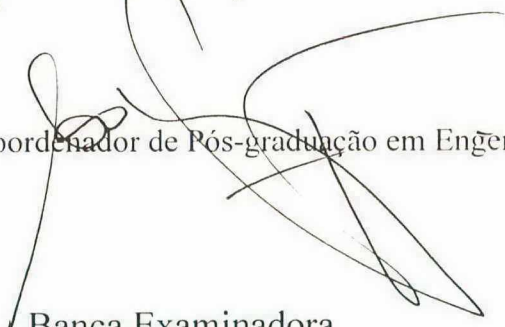
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC
Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

Estimadores Definidos com Critérios Estatístico-Numéricos
Aplicados à Estimação Robusta de Estados em
Sistemas de Potência

Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em
Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Programa de
Pós-graduação em Engenharia Elétrica da UFSC

Autor: Robson Celso Pires

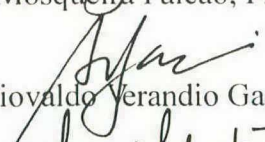

Orientador: Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.

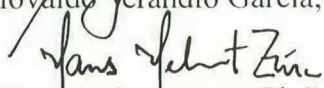

Prof. Adroaldo Raizer, Dr. - Coordenador de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

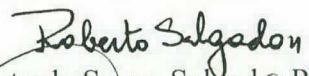
Banca Examinadora

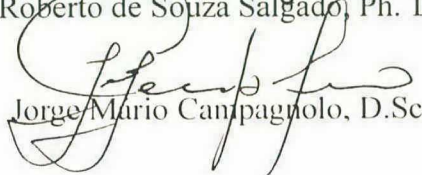

Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D. - Orientador


Djalma Mosqueira Falcão, Ph.D. - Relator


Ariovaldo Verandio Garcia, Dr.


Hans Helmut Zürn, Ph.D.


Roberto de Souza Salgado, Ph. D.


Jorge Mario Campagnolo, D.Sc.

RESUMO

A presente tese de doutorado introduz as contribuições feitas a dois métodos estatisticamente robustos desenvolvidos para resolver o problema de estimação de estados em sistemas de potência (EESP). Os métodos desenvolvidos são capazes de identificar erros grosseiros em quaisquer tipos de medidas, inclusive aquelas identificadas como pontos de alavancamento, sem a necessidade de normalizar os resíduos.

O primeiro estimador, baseado no *método da mínima mediana (MMM)*, utiliza sucessivos planos não-redundantes de medidas cujo objetivo é filtrar medidas incorretas frequentemente presentes no conjunto de telemidas. É a partir deste último que os planos não-redundantes de medidas são construídos. Este estimador serve como referência *off line* para outros estimadores de estado apesar das vantagens do teste de observabilidade basear-se num método topológico que não utiliza operações em ponto flutuante.

O segundo estimador, baseado no *método de mínimos quadrados com rescalonamento dinâmico iterativo (MQRDI)*, que inclui a versão *desacoplada rápida (MQRDI-DR)*, utiliza critérios não-quadráticos para eliminar medidas contendo erros grosseiros. Tais critérios são definidos segundo a teoria de estatística robusta de regressão, o que permite encontrar uma solução de compromisso entre as características de eficiência e robustez estatística desejadas no processo de estimação. Os pesos associados às medidas sobrepõem os efeitos de variâncias dos erros de medição e de posição onde cada medida é coletada.

A identificação de erros grosseiros é um subproduto dos métodos MMM e MQRDI, sendo que nenhum reprocessamento de medidas é necessário após a obtenção das estimativas. Os estimadores desenvolvidos são robustos tanto sob o ponto de vista estatístico quanto

numérico. Esta última característica é assegurada porque o método de solução dos estimadores baseia-se em transformações ortogonais que utilizam rotações de Givens. Os sistemas-teste usados para validar os estimadores são: IEEE-3, 14, 30 e 118 barras, e um sistema realístico de 340 barras que é baseado no sistema interligado Sul-Sudeste do Brasil.

Palavras-chave: Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP), Estatística Robusta Aplicada, Critérios Não-Quadráticos, Identificação de Erros Grosseiros.

ABSTRACT

This thesis presents enhancements to two robust methods to solve a power system state estimation (PSSE) problem. The proposed methods are able to identify gross errors on any measurements without ranking the residuals regardless of the fact that such measurements are classified as leverage points or not.

The first robust estimator is based on the *least median of squares (LMS)* method which uses successive non-redundant sets of measurements that aims at filtering out the influence of bad data on the estimates. The successive non-redundant sets of measurements are built from the complete set of measurements after an observability test has been performed. In this thesis we propose the *LMS* estimator to be used as an *off line* reference estimator in spite of the advantages of the observability test based on a method without point operations.

The second robust estimator, based on the *iteratively reweighted least squares (IRLS)* method, including the *fast decoupled (FD-IRLS)* approach, uses non-quadratic criteria during the iterative process to filter out the influence of bad data on the estimates. The non-quadratic criteria are defined based on Statistical Theory, which allows to find a trade-off solution between efficiency and the robustness of the statistical properties to be exhibited by the estimators. The weights associated with the measurements include the effect of measurement error variances and the location where each measurement is taken.

In the estimators described above, bad data identification is a byproduct of the proposed methods. After that, no reprocessing of measurements is required in order to obtain the correct estimates. Both methods are solved by using an orthogonal transformation through Givens Rotations. Consequently, the proposed estimators are both numerically and statisti-

cally robust. The methods are validated by using the IEEE-3, 14, 30 and 118 bus test systems, in addition to a 340 bus realistic system that is based on the South-Southeastern Brazilian interconnected network.

Key-words: Power System State Estimation, Applied Robust Statistics, Robust Iteratively Reweighted Least-Squares, Bad Data Identification.

Dedicatória

“Em meados da década de 30, um casal de humildes habitantes ribeirinhos do Pantanal do Mato-Grosso desejou prover uma vida melhor para os seus dois filhos. Inicialmente, ambos foram enviados à Cuiabá-MT para aprender as primeiras letras e, posteriormente, levados ao Rio de Janeiro. Simultaneamente, tinham a missão de trabalhar e obter um diploma de curso superior. Eles não decepcionaram seus pais.

Em 1976, seguindo a mesma lógica, meu pai matriculou-me numa tradicional escola de primeiro e segundo graus da cidade do Rio de Janeiro. O objetivo era que eu tivesse a mesma oportunidade que ele tivera algumas décadas antes. E assim, começou a minha jornada.

Por conta desta particular história familiar, dedico este trabalho, inicialmente, ao privilégio de re-encontrar a minha fé em Deus e em Jesus Cristo durante a realização do meu curso. Em seguida, cumpre-me registrar que este trabalho é especialmente dedicado aos meus avós, Cândido Xavier Pires e Benedita Evangelista Pires, e em memória de meu querido pai, Arlindo Evangelista Pires, que deixaram-me exemplos de vida inestimáveis”.

A vocês, a minha eterna gratidão.

Agradecimentos

- Ao Prof. A. J. A. Simões Costa pela orientação segura e dedicada a este trabalho. Pela sua demonstração de profissionalismo e compreensão durante os momentos mais difíceis, o meu mais sincero reconhecimento.
- Ao Prof. Lamine Mili pela co-orientação prestada a este trabalho e pela oportunidade oferecida em desenvolver parte do trabalho de pesquisa no The Bradley Department of Electrical and Computer Engineering - Virginia Polytechnic Institute and State University - VA, USA.
- Aos meus colegas de doutorado a minha eterna gratidão pelos momentos de extrema convivência fraterna estabelecida nos últimos quatro anos. Um registro especial é dedicado aos meus amigos e colegas de profissão, os professores José Paulo Gouvêa e Flávio Antonio Becon Lemos, pelas incontáveis e proveitosas horas de discussões técnicas e muitas outras coisas boas da vida.
- À CAPES pelo suporte dado em forma de uma bolsa de estudos PICDT, indispensável à plena realização deste trabalho.
- Ao Laboratório de Sistemas de Potência - LABSPOT - UFSC pelo apoio logístico e aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica -EEL pelo conhecimento recebido.
- À Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI pelo apoio, incentivo e confiança depositados em minha pessoa.
- Aos Colegas do Departamento de Eletrotécnica - DET / IEE / EFEI pela sobrecarga de aulas que o meu afastamento prolongado causou.

- À minha querida família:

Mãe: Maria Auxiliadora Pires

Irmão: César Henrique Pires

Irmã: Eneida Maria de Oliveira

Sobrinha: Maria Cristina O. Pires

Filhas: Niele F. Pires e Lais F. Pires

por transmitir tanto carinho, apoio e confiança.

ÍNDICE GERAL

Capítulo 1:	INTRODUÇÃO	1
1.1	Considerações Gerais	1
1.2	Objetivos do Trabalho de Tese	3
1.3	Estado da Arte de Estimadores de Estados Robustos em Sistemas de Potência	4
1.3.1	Estimadores de Estados Numericamente Robustos	5
1.3.2	Estimadores de Estados Estatisticamente Robustos	6
1.4	Estrutura de Apresentação do Trabalho	8
1.5	Principais Contribuições do Trabalho de Tese	10
Capítulo 2:	ESTIMADORES DE MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS (MQP)	12
2.1	Introdução	12
2.2	Modelo de Medição Não-Linear	13
2.3	Formulação do Problema de Estimação de Estados Através do Método MQP	15
2.4	Solução do Problema de EESP Através do Método de Gauss-Newton	15
2.5	Redundância de Medidas	17
2.5.1	Redundância Global de Medidas	17
2.5.2	Redundância Local de Medidas	18
2.6	Processamento de Medidas com Erros Grosseiros Baseado na Matriz de Covariâncias dos Resíduos	19

2.6.1	Detecção de Erros em Medidas	20
2.6.2	Identificação de Medidas com Erros Grosseiros	21
2.7	Conclusões	24
Capítulo 3:	ROBUSTECIMENTO DE ESTIMADORES DE MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS	25
3.1	Considerações Iniciais	25
3.2	Pontos de Alavancamento em Sistemas de Potência	26
3.2.1	Definição de Pontos de Alavancamento	26
3.2.2	O Problema de Identificação de Medidas Errôneas Caracterizadas como Pontos de Alavancamento	27
3.3	Identificação e Tratamento de Medidas Definidas como Pontos de Alavancamento	29
3.3.1	Estimadores de Escala ou Espalhamento	30
3.3.2	Determinação de Índices de Estatística de Projeção - Ep_i	32
3.3.3	Identificação de Pontos de Alavancamento	33
3.3.4	Tratamento de Pontos de Alavancamento em Problemas de EESP	33
3.4	Estimadores Baseados em Critérios Não-Quadráticos	34
3.4.1	Controle da Influência dos Resíduos	35
3.4.2	Pontos de Transição Estatisticamente Definidos	38
3.5	Conclusões	39
Capítulo 4:	ESTIMADOR ROBUSTO DE MQP BASEADO NO MÉTODO DE MÍNIMA MEDIANA	41
4.1	Introdução	41

4.2	Formulação do Problema de EESP Através do Estimador de Mínima Mediana	42
4.2.1	Função-Objetivo do Estimador de Mínima Mediana	42
4.2.2	Padronização dos Resíduos de Estimação e Identificação de Erros Grosseiros	43
4.3	Estratégias Adotadas na Escolha de Planos de Medição Não-Redundantes	44
4.4	Contribuições para a Operacionalização do Estimador de Mínima Mediana Baseado em Análise Topológica de Observabilidade	46
4.5	Algoritmo do Estimador de Mínima Mediana	47
4.6	Conclusões	48
Capítulo 5:	ESTIMADORES ROBUSTOS DE MÍNIMOS QUADRADOS COM RESCALONAMENTO DINÂMICO ITERATIVO (MQRDI)	49
5.1	Introdução	49
5.2	Fatores de Ponderação dos Resíduos	52
5.3	Formulação do Problema de Estimação de Estados pelo Método MQRDI	53
5.3.1	Formulação Matemática	53
5.3.2	Tratamento de Medidas Caracterizadas como Pontos de Alavancamento	57
5.4	Estimadores MQRDI Ortogonais Baseados em Rotações de Givens	58
5.4.1	Equações Básicas do Método Ortogonal Baseado em Rotações de Givens	59
5.4.2	Aspectos Relevantes de Solução via Rotações de Givens	60
5.5	O Problema do Uso de Funções-Custo Não-Convexas	61
5.5.1	Sistema Exemplo	62

5.5.2	Resultados Numéricos	63
5.6	Estimadores MQRDI Desacoplados Rápidos (MQRDI-DR)	67
5.7	Influência do Algoritmo Desacoplado Rápido no Cálculo de Pontos de Alavancamento	68
5.8	Formulação do Problema de EESP pelo Método MQRDI-DR	69
5.9	Estimadores MQRDI-DR Ortogonais Baseados em Rotações de Givens	71
5.9.1	Método MQRDI-DR: Algoritmo Primal	72
5.9.2	Método MQRDI-DR: Algoritmo Dual	73
5.10	Principais Vantagens de Aplicação do Método MQRDI-DR	74
5.11	Processamento de Erros Grosseiros para os Estimadores MQRDI e MQRDI-DR	75
5.11.1	Estratégia para a Detecção de Erros Grosseiros	75
5.11.2	Algoritmo para Detecção e Identificação de Erros Grosseiros	76
5.12	Conclusões	77
Capítulo 6:	RESULTADOS NUMÉRICOS	78
6.1	Introdução	78
6.2	Pontos de Alavancamento em Estimadores de Estados Não-Desacoplados e Desacoplados	80
6.3	Resultados Obtidos com o Estimador Robusto Baseado no Método de Mínima Mediana (MMM)	85
6.3.1	Sistema-Teste IEEE-3 Barras	87
6.3.2	Sistemas-Teste IEEE-14, 30 e 118 Barras	88
6.4	Resultados Obtidos com Estimadores Robustos do Tipo MQRDI e MQRDI-DR	91

6.4.1	Desempenho de Estimadores do Tipo MQRDI <i>versus</i> MQP	92
6.4.2	Desempenho de Estimadores do Tipo MQRDI-DR <i>versus</i> MQP-DR	96
6.5	Conclusões	101
6.5.1	Estimador Baseado no Método da Mínima Mediana (MMM)	102
6.5.2	Estimadores Baseados nos Métodos MQRDI e MQRDI-DR	102
Capítulo 7:	CONCLUSÕES GERAIS E SUGESTÕES PARA NOVOS TRABALHOS	105
7.1	Principais Contribuições do Trabalho de Tese	107
7.2	Sugestões para Novas Pesquisas	108
7.3	Considerações Finais	108
Apêndice A:	ESTIMADORES DE ESCALA OU ESPALHAMENTO	114
A.1	Estimador de Escala " S_j "	114
A.2	Estimador de Escala " Γ_j "	115
A.3	Exemplo Numérico	115
Apêndice B:	PARÂMETROS DOS SISTEMAS-TESTE	118
B.1	Sistema-Teste IEEE-3 Barras	118
B.2	Sistema-Teste IEEE-14 Barras	119
B.3	Sistema-Teste IEEE-30 Barras	120
B.4	Sistema-Teste IEEE-118 Barras	122
Apêndice C:	PONTOS DE ALAVANCAMENTO DOS SISTEMAS-TESTE	130
C.1	Sistema-Teste IEEE-14 Barras	130
C.2	Sistema-Teste IEEE-30 Barras	130

C.3	Sistema-Teste IEEE-118 Barras	131
C.4	Sistema-Realístico de 340 Barras	132

LISTA DE FIGURAS

3.1	Representação gráfica do exemplo de regressão linear	29
3.2	Curva de eficiência estatística do estimador QT.	38
5.1	Sistema Exemplo: IEEE-3 Barras	63

LISTA DE TABELAS

3.1	Resultados do exemplo de regressão linear	28
3.2	Estimadores de Escala Robustos	31
3.3	Funções Não-Quadráticas	36
3.4	Curvas de Estimadores Não-Quadráticos	37
5.5	Sistema Exemplo: Valores dos Estados	64
5.6	Sistema Exemplo: Valores Estimados	65
5.7	Matriz Q	66
6.8	Características dos Sistemas-Teste	78
6.9	Matriz Jacobiana do Estimador MQRDI	81
6.10	Matrizes Jacobianas do Estimador MQRDI-DR	82
6.11	Pontos de Alavancamento em Estimadores de Estados	83
6.12	Número de Pontos de Alavancamento	84
6.13	Parâmetros de Simulação do Estimador de Mínima Mediana	86
6.14	Seleção de Planos Não-Redundantes de Medidas	88
6.15	IEEE-3 barras: Valores Estimados para as Medidas	89
6.16	Resultados do Estimador MMM	90
6.17	Desempenho dos Estimadores: MQRDI versus MQP	93
6.18	Índices de Desempenho: Estimadores MQP e MQRDI	96
6.19	Resultados de Estimadores Desacoplados Rápidos	98

6.20 Índices de Desempenho de Estimadores Desacoplados Rápidos 100

ABREVIATURAS

EESP - Estimação de Estados em Sistemas de Potência;

MQP - Estimador de Mínimos Quadrados Ponderados;

MMM - Estimador baseado no Método de Mínima Mediana;

MQRDI - Estimador de Mínimos Quadrados com Rescalonamento Dinâmico Iterativo;

MQP – DRp - Estimador de Mínimos Quadrados Ponderados - Desacoplado Rápido *Primal* ;

MQP – DRd - Estimador de Mínimos Quadrados Ponderados - Desacoplado Rápido *Dual* ;

MQRDI – DRp - Estimador de Mínimos Quadrados com Rescalonamento Dinâmico Iterativo - Desacoplado Rápido *Primal* ;

MQRDI – DRd - Estimador de Mínimos Quadrados com Rescalonamento Dinâmico Iterativo - Desacoplado Rápido *Dual* ;

QCA - Função-custo Quadrático-Constante Analítico;

QC - Função-custo Quadrático-Constante;

QRQ - Função-custo Quadrático-Raiz Quadrada;

QT - Função-custo Quadrático-Tangente;

MVA - Função-custo de Mínimo Valor Absoluto;

SPQR - Soma Ponderada do Quadrado dos Resíduos;

ITER - Número de Iterações;

EMA - Erro Médio Absoluto

DPE - Desvios- Padrão dos Erros;

SIMBOLOGIA

V_k : medida de tensão na k -ésima barra;

T_{i-j} : medidas de fluxo de potência ativa na linha de transmissão no sentido da i -ésima para a j -ésima barra;

T_{j-i} : medidas de fluxo de potência ativa na linha de transmissão no sentido da j -ésima para a i -ésima barra;

U_{i-j} : medidas fluxo de potência reativa na linha de transmissão no sentido da i -ésima para a j -ésima barra;

U_{j-i} : medidas fluxo de potência reativa na linha de transmissão no sentido da j -ésima para a i -ésima barra;

P_k : medida de injeção de potência ativa na k -ésima barra;

Q_k : medida de injeção de potência reativa na k -ésima barra;

a : subscrito usado para designar a parte ativa ou subproblema $p - \delta$;

r : resíduo de estimação, e quando subscrito designa a parte reativa ou subproblema $q - v$;

R : matriz diagonal de covariância dos erros de medição;

\underline{z} : vetor contendo as telemedidas;

\underline{z}_0 : vetor que contém os valores verdadeiros das telemedidas;

$\hat{\underline{z}}$: vetor de medidas estimadas;

\underline{x} : vetor de estados;

$\hat{\underline{x}}$: vetor de estados estimados;

$J(\cdot)$: função-custo;

$\rho(\cdot)$: função não-quadrática do estimador considerado;

$\psi(\cdot)$: gradiente da função $\rho(\cdot)$;

$E[\cdot]$: expectância ou valor esperado ou esperança matemática;

k : contador de iterações;

k_{\max} : número máximo de iterações;

K : limiar definido pela distribuição Qui-quadrado $(X^2_{(m-n); \alpha_0})$

ε : tolerância de convergência (*p.ex.* : 1.0×10^{-3});

α_0 : probabilidade de falso alarme;

m : número de medidas;

n : número de estados;

N : número de barras do sistema;

$\underline{\eta}$: vetor de erros aleatórios de medição;

$h(\cdot)$: função não-linear que relaciona medidas aos estados do sistema;

$H(\cdot)$: matriz Jacobiano, num ponto próximo à solução;

Q : matriz de pesos, função dos resíduos de estimação;

$q(\cdot)$: função peso usadas nos estimadores MQRDI e MQRDI-DR;

C_0 : matriz de covariância dos erros de estimação;

W : matriz de covariância dos resíduos de estimação;

S : matriz de sensibilidade dos resíduos de estimação;

l_{med} : mediana *baixa*;

h_{med} : mediana *alta*;

$\|\cdot\|^2$: norma quadrática ou norma Euclidiana ou, simplesmente, norma dois.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Gerais

Nas últimas três décadas um número considerável de trabalhos pode ser encontrado na literatura relatando contribuições significativas para o aprimoramento do desempenho de aplicativos destinados ao apoio da operação de sistemas de potência em especial, os de grande porte. Felizmente, à medida que a operação de tais sistemas tornou-se mais complexa, os avanços computacionais de *hardware* e *software*, este último através de sistemas operacionais, linguagens mais eficientes e desenvolvimento de aplicativos de melhor desempenho, permitiram modernizar os centros de operação [9] .

No âmbito do monitoramento em tempo real da segurança operativa de sistemas de energia em regime permanente de funcionamento, o aplicativo de estimação de estados em sistemas de potência (EESP) igualmente tem sido objeto de intensa pesquisa. Parte das contribuições nesse sentido estão resumidas em [16] . Outras contribuições [40] , [53] , [35] , [54] e [44] , sobre as quais se baseiam esta tese, estão resumidamente documentadas nos capítulos que descrevem o presente trabalho.

O desempenho do aplicativo de EESP está associado à confiabilidade que se tem nas informações obtidas nos modernos centros de operação existentes em sistemas supervisionados. Estas informações devem retratar com fidelidade a condição operativa do sistema. No entanto, como são expressas em função de medidas aquisitadas remotamente, tais como medidas de tensão e injeções de potência (ativa e reativa) nas barras, medidas de fluxos de

potência (ativa e reativa) nas linhas e, menos comumente, medidas de corrente, todas estão sujeitas às incertezas inerentes aos processos de medição (precisão de medidores, transformadores de instrumentos, etc.) e comunicação de dados. Para que as estimativas obtidas sejam confiáveis, as fases de detecção e identificação de erros grosseiros são imprescindíveis para a correta obtenção do estado operativo do sistema.

Na aplicação à estimação de estados em sistemas de potência, os algoritmos de identificação de medidas errôneas hoje conhecidos [52] , [36] , [29] , [42] , [11] , entre outros, fazem uso de parte dos elementos da diagonal da matriz de covariância para normalizar os resíduos de estimação. Apesar da utilização da técnica de matriz esparsa inversa introduzida por Brussole [10] no cálculo desses elementos, o esforço computacional dispendido na identificação de erros grosseiros ainda é elevado. Tal identificação de medidas é em geral realizada após a obtenção dos estados. Assim, independentemente do método de solução utilizado, os estados devem ser re-estimados, mesmo quando obtidos na presença de uma única medida errônea [27] , [23] .

Além dos problemas computacionais associados à identificação, os métodos convencionais disponíveis tendem a falhar na presença de erros grosseiros em medidas que são posicionalmente discrepantes em relação às demais. Em análise de regressão, as observações que apresentam esta característica são denominadas de *pontos de alavancamento*. Este tipo de ocorrência foi inicialmente estudado por Hampel e Huber no contexto de análise estatística de regressão linear [27] , [23] , e posteriormente aplicado à EESP por Mili *et al.* [40] , [35] . Nestes últimos trabalhos, os autores concluem que as situações descritas em seguida tendem a gerar pontos de alavancamento no processo de estimação:

- medidas de fluxos e injeções de potências associadas a ramos (linhas + transformadores) relativamente curtos quando comparados com os demais ramos do sistema;

- medidas de tensão, fluxos e injeções de potências associados a barras que apresentam elevado número de ramos incidentes.

As rotinas de identificação de medidas errôneas referidas anteriormente, que são tradicionalmente baseadas nos resíduos normalizados, tendem a não funcionar adequadamente quando da existência de erros grosseiros em medidas que se enquadram numa das situações descritas acima. Esta falha de identificação pode ocorrer mesmo que se considere a existência de uma elevada redundância local de medidas [39] .

1.2 Objetivos do Trabalho de Tese

Os objetivos gerais do presente trabalho é desenvolver um aplicativo de estimação de estados que apresente um desempenho confiável e robusto. Esta última característica deve ser entendida, principalmente, sob dois pontos de vista:

1^o.) o algoritmo de solução do estimador de estados deve ser numericamente robusto, uma vez que o estimador deve contemplar variada mudança de topologia de rede e sistemas bastante estressados em seu carregamento, o que pode significar uma condição operativa próxima da singularidade. A robustez numérica desejada é assegurada através da aplicação de transformações ortogonais que são usadas na solução dos estimadores;

2^o.) o estimador de estados deve ser estatisticamente robusto, isto é, deve apresentar elevada capacidade de processamento (detecção e identificação) de medidas com erros grosseiros, independentemente destas medidas serem ou não classificadas como pontos de alavancamento. Este último objetivo é alcançado através do emprego de dois métodos, que são apresentados nos Capítulos 4 e 5, os quais baseiam-se em teoria de estatística robusta

[23] , [27] . A implementação ortogonal baseada em rotações de Givens são exploradas com vantagens no processamento de medidas com erros grosseiros.

A associação das características de robustez mencionadas anteriormente deve permitir ao estimador cumprir com a sua principal função no centro de operação, que é o de monitorar em tempo real a segurança do sistema. Portanto, o tempo de execução do estimador proposto deve ser compatível com a prontidão de resposta necessária para a tomada de decisão dos operadores.

Neste sentido, o principal objetivo dos estimadores de estado propostos no presente trabalho, além dos objetivos mencionados anteriormente, é o de produzir estimativas válidas sem a necessidade de reprocessar o conjunto de medidas usadas na obtenção dos estados quando da existência de erros grosseiros, mesmo que estes últimos ocorram em medidas classificadas como pontos de alavancamento. Como consequência, a fase de identificação de erros grosseiros dos estimadores desenvolvidos dispensa a normalização dos resíduos.

1.3 Estado da Arte de Estimadores de Estados Robustos em Sistemas de Potência

O desenvolvimento de um estimador de estados capaz de associar as propriedades de robustez numérica e estatística postuladas na seção anterior, permite igualmente dividir a pesquisa bibliográfica segundo tais critérios.

Inicialmente, apresentam-se cronologicamente as diversas propostas de algoritmos para a solução do sistema de equações redundantes, tradicionalmente referido como método da equação normal, que resulta da formulação do problema de EESP através do método de Gauss-Newton.

Em seguida, apresentam-se as contribuições de pesquisadores em EESP, e na área de análise de estatística robusta, no sentido de tornar os estimadores mais resistentes ao problema de processamento de medidas contendo erros grosseiros.

1.3.1 Estimadores de Estados Numericamente Robustos

Em EESP, as primeiras propostas no sentido de utilizar algoritmos mais estáveis numericamente para a solução do método de mínimos quadrados ponderados (MQP) estão baseadas em transformações ortogonais. O método de Golub foi o primeiro método ortogonal usado na solução de problemas de mínimos quadrados ponderados [20]. No entanto, como a estrutura do problema de EESP está organizada sequencialmente por linhas, a versão rápida do método de Givens tem sido o método ortogonal mais aceito para a solução do problema de estimação de estados em sistemas de potência [54], [55], [58], [59].

Outro método que apresenta características de estabilidade numérica semelhantes às aquelas apresentadas pelos métodos ortogonais é referido na literatura como método da matriz aumentada de Hachtel [19]. Este método, pelas facilidades inerentes a sua formulação, se presta a resolver uma classe de problema de MQP um pouco mais complexo do que o tradicional, pois permite processar informações que não são provenientes de telemedidas. Por exemplo, barras de injeções nulas de potência (sem geração ou carga), são informações determinísticas que devem ser utilizadas pelo estimador de estados por apresentar elevado grau de confiança e, conseqüentemente, melhorar as propriedades estatísticas dos estimadores. A maneira pela qual este tipo de informação pode ser incorporada ao problema de EESP é através de restrições de igualdade. Mais recentemente, foi proposto em [22] um estimador de estados baseado no método ortogonal de Givens que possui vantagens semelhantes na capacidade de processar restrições de igualdades.

O estimador de estados proposto neste trabalho utiliza a versão rápida do método de Givens [54] e faz uso do esquema de ordenação de linhas e colunas da matriz Jacobiana apresentado em [58]. Os detalhes de implementação desta versão do método de Givens são discutidos no Capítulo 5.

1.3.2 Estimadores de Estados Estatisticamente Robustos

No âmbito da estimação de estados em sistemas de potência, consideram-se estimadores estatisticamente robustos aqueles que apresentam elevada capacidade de rejeitar medidas com erros grosseiros.

A primeira tentativa de pré-filtrar medidas errôneas durante o processo iterativo foi feita por Merrill e Schweppé [33]. Em sequência, outros trabalhos baseados no método de MQP foram apresentados no sentido suprimir, ainda durante o processo iterativo, os efeitos de medidas suspeitas de portarem erros grosseiros [62], [56], [37], [5]. Estes estimadores são comumente referidos como estimadores baseados em critérios não-quadráticos. Esta designação, apesar de pouco apropriada, é usada por causa da regra de ponderação existente para aquelas medidas que apresentarem um valor de resíduo correspondente superior ao ponto de transição usado para separar os segmentos quadrático do não-quadrático da função-custo considerada.

Os estimadores de mínimo valor absoluto também podem ser enquadrados como que baseados em critérios não-quadráticos, porém a função custo a ser minimizada é a somatória dos valores absolutos dos resíduos de estimação. Neste sentido, várias contribuições como as encontradas em [28], [15], [14], [31], [30], [13], foram propostas nos últimos anos, incluindo versões que utilizam o método de pontos interiores para minimizar a função objetivo [57].

Por outro lado, no âmbito da análise de estatística robusta de regressão, os atributos robustez e eficiência estatística são usados de forma complementares. Na realidade, deve existir uma solução de compromisso entre robustez e eficiência estatística. O conceito de robustez, sob o ponto de vista estatístico, coincide com aquele considerado em EESP. Por outro lado, eficiência estatística significa a capacidade do estimador produzir estimativas, na ausência de medidas com erros grosseiros, cujos desvios (erros) são mínimos em relação aos valores verdadeiros das grandezas medidas [27] . Isto significa que as variâncias dos erros de estimação também são controladas.

A definição heurística de pontos de transição usados em estimadores baseados em critérios não-quadráticos comprometem sua eficiência estatística. À medida que o estimador se torna mais robusto há a tendência de, simultaneamente, ele se tornar menos eficiente, pois um número elevado de medidas tende a ser sumariamente aliadas do processo de estimação por apresentarem valores de resíduos correspondentes maiores que o ponto de transição pré-estabelecido. Para contornar este problema, as contribuições de Holland e Welsch em [25] e Birch em [7] são relevantes. No primeiro trabalho, a definição de pontos de transição através de conceitos de estatística robusta é apresentada considerando-se diversos estimadores de MQP baseados em critérios não-quadráticos. Estes últimos estão associados à proposta de um método para a solução de um problema de mínimos quadrados ponderados que é creditado a Beaton e Tukey [6] . No presente trabalho de tese, o método de Beaton e Tukey é designado de *método de mínimos quadrados com rescalonamento dinâmico iterativo (MQRDI)* . No trabalho de Birch, as propriedades de convergência do método MQRDI são estudadas no âmbito da análise de regressão linear. Em EESP, o método de Beaton e Tukey serve de base para a proposta de aplicação feita por Mili *et al.* [35] .

1.4 Estrutura de Apresentação do Trabalho

O presente documento de apresentação do trabalho de tese está organizado da seguinte maneira:

No Capítulo 2 apresentam-se a fundamentação teórica do método de mínimos quadrados ponderados (MQP) e a formulação básica usada para desenvolver os demais capítulos da tese. A abordagem tradicional do teste estatístico de hipóteses e da matriz de covariância dos resíduos de estimação, sobre os quais se baseiam os métodos de detecção e identificação de erros grosseiros, respectivamente, são revistos.

No Capítulo 3, discute-se inicialmente o problema de identificação de erros grosseiros em medidas classificadas como pontos de alavancamento. Em seguida, apresenta-se a formulação usada para identificar e modelar medidas classificadas como pontos de alavancamento. Neste sentido, os estimadores de escala ou espalhamento investigados neste trabalho são igualmente considerados. Finalizando o capítulo, apresenta-se a metodologia de robustecimento de estimadores MQP que é baseada em critérios não-quadráticos. Os pontos de transição entre os segmentos quadrático e não-quadrático da função-custo considerada são definidos segundo a teoria de estatística robusta [25].

No Capítulo 4, apresenta-se a formulação teórica na qual se fundamenta o primeiro estimador robusto proposto para contornar o problema de identificação causado por erros grosseiros presentes em medidas classificadas como pontos de alavancamento. O referido estimador baseia-se no *método da mínima mediana* (MMM) [40]. Resultados numéricos obtidos nos sistemas-teste IEEE-3, 14, 30 e 118 barras são considerados para ilustrar as conclusões sobre esta primeira abordagem.

No Capítulo 5, o *método de mínimos quadrados com rescalonamento dinâmico iterativo* (MQRDI) é formalmente aplicado ao problema de estimação de estados em sistemas

de potência. Para exemplificar a aplicação do método MQRDI, um sistema-teste de três barras é usado para caracterizar o problema de múltiplas soluções gerado por estimadores baseados em critérios não-quadráticos e que possuem função-custo não-convexas. Os aspectos de implementação da versão rápida do método ortogonal baseado em rotações de Givens são igualmente enfatizados. O impacto do desacoplamento dos subproblemas ativo e reativo sobre o cálculo dos pesos correspondentes às medidas classificadas como pontos de alavancamento são também considerados. No presente trabalho, a versão considerada é a *desacoplada no modelo*, na forma dos algoritmos *primal* e *dual* definidos em [44], [43], o que resulta nas versões desacopladas rápidas MQRDI-DR_p e MQRDI-DR_d, respec-

tos com os estimadores MMM, MQRDI e MQRDI-Desacoplados Rápidos. Com esse objetivo, são utilizados os seguintes sistemas-teste: IEEE-3, 14, 30 e 118 barras, além de um sistema realístico de 340 barras. A base de comparação usada é o método de mínimos quadrados ponderados (MQP) tradicional, considerando os estimadores MQP e MQP-Desacoplado Rápido, respectivamente. A rotina de identificação de erros grosseiros implementada no estimador MQP é o método \hat{b} proposto em [42].

Finalmente, no Capítulo 7, apresentam-se as principais conclusões do trabalho de tese, bem como o resumo das principais contribuições e sugestões para novos trabalhos.

Nos Apêndices são abordados quatro itens que complementam os temas apresentados nesta pesquisa. No Apêndice A, apresenta-se a formulação de outros estimadores de escala ou espalhamento considerados na fase de identificação de medidas classificadas como pontos de alavancamento, além de um exemplo numérico. No Apêndice B listam-se os parâmetros referentes aos modelos de linhas de transmissão, transformadores, bancos de capacitores e reatores em derivação, características de geração e carga dos sistemas-teste usados

para validar os estimadores propostos nesta tese. No Apêndice C, para todos os sistemas-teste considerados, apresentam-se as tabelas contendo valores de índices de estatística de projeção de medidas classificadas como pontos de alavancamento. Os correspondentes pesos usados para considerar tais medidas no problema de EESP são igualmente mostrados.

1.5 Principais Contribuições do Trabalho de Tese

As principais contribuições desta tese podem ser enumeradas como segue:

- a) desenvolvimento de um aplicativo de estimação de estados que possui características bem definidas de robustez numérica e estatística, esta última complementada pelo conceito de eficiência estatística. A característica de robustez numérica é assegurada pela implementação ortogonal do método de solução dos estimadores que é baseada em rotações de Givens, enquanto que a característica de robustez estatística é garantida pela aplicação de ferramentas desenvolvidas no âmbito da teoria de estatística robusta de regressão;
- b) estabelecimento de uma metodologia sistemática na definição de pontos de transição usados em estimadores baseados em critérios não-quadráticos;
- c) versões desacopladas do estimador MQRDL.

Os estimadores propostos permitem obter estimativas válidas mesmo com a presença de erros grosseiros no conjunto de medidas usado no processo de estimação, independentemente das medidas errôneas terem sido classificadas como pontos de alavancamento. Consequentemente, permite-se dispensar a normalização dos resíduos na fase de identificação de erros grosseiros.

Entre os dois métodos robustos propostos para contornar o problema causado por erros grosseiros em medidas classificadas como pontos de alavancamento, deve-se salientar que a característica de teste de observabilidade baseada num método que dispensa operações

em ponto flutuante é explorada com vantagens no estimador robusto que utiliza sucessivos planos não-redundantes de medidas. Da mesma forma, a característica de processamento seqüencial das linhas da matriz Jacobiana presente nas rotações de Givens é amplamente explorada com vantagens no estimador de estados que usa critérios não-quadráticos para eliminar as medidas suspeitas de serem errôneas.

Capítulo 2

Estimadores de Mínimos Quadrados Ponderados (MQP)

2.1 Introdução

Este capítulo objetiva estabelecer a fundamentação teórica de estimadores de mínimos quadrados ponderados (MQP) e a formulação básica usada na apresentação dos demais capítulos. A abordagem tradicional de métodos de identificação de erros grosseiros, baseados na normalização dos resíduos, é apresentada de forma sucinta. O propósito desta revisão é mostrar que os métodos de identificação de erros grosseiros baseados na matriz de covariâncias dos resíduos, além de exigirem um considerável esforço computacional, não são capazes de identificar corretamente medidas errôneas que são posicionalmente discrepantes em relação às demais medidas [35].

A Seção 2.2 deste capítulo estabelece o modelo de medição usado no método de mínimos quadrados ponderados (MQP) aplicado à Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP). A Seção 2.3 é destinada à formulação do problema de estimação de estados através do método MQP. A Seção 2.4 descreve a solução do problema de EESP através do método de Gauss-Newton. A Seção 2.5 discute o problema da redundância de medidas para a obtenção de estimativas com magnitudes de variância reduzidas e estabelece as condições mínimas a serem observadas para a correta aplicação de métodos de identificação de erros

grosseiros. A Seção 2.6 mostra brevemente a base teórica sobre a qual alguns métodos são propostos para a identificação de medidas com erros grosseiros. Para isto, dá-se ênfase aos métodos baseados na normalização dos resíduos. Finalmente, na Seção 2.7, apresentam-se algumas conclusões obtidas a partir da aplicação de métodos de identificação de erros grosseiros que se baseiam na matriz de covariâncias dos resíduos.

2.2 Modelo de Medição Não-Linear

Os valores estimados obtidos através de um estimador de estados em sistemas de potência devem ser mais confiáveis do que as medidas coletadas no sistema supervisionado [52]. Para que isto ocorra, a redundância de informação é indispensável. Esta última é obtida através da instalação de unidades remotas de medição na rede, o que torna possível obter informações tais como: medidas de fluxo de potência (ativa e reativa) nas linhas de transmissão; medidas de tensão e injeções de potência (ativa e reativa) nas barras, e em algumas situações, a utilização de medidas de corrente elétrica [1]. O conhecimento do valor da tensão, em módulo e ângulo, em cada barra da rede monitorada permite calcular os fluxos nas linhas, as injeções de potência nas barras, bem como as correntes elétricas, quando for o caso. Por esta razão, as tensões nas N barras do sistema de potência são definidas como *variáveis de estado*. O vetor de estados, \underline{x} , é um vetor formado por $N - 1$ valores de ângulo de tensão (o ângulo da barra de referência é conhecido) e N valores de magnitude de tensão nas barras. Portanto, a dimensão do vetor de estados \underline{x} é $n = 2N - 1$.

O modelo de medição adotado para as N barras do sistema de potência, considerado em regime permanente de funcionamento, é o seguinte:

$$\underline{z} = \underline{z}_0 + \underline{\eta} \quad (2.1)$$

onde:

\underline{z} : vetor $(m \times 1)$ de grandezas medidas;

\underline{z}_0 : vetor $(m \times 1)$ contendo os valores verdadeiros das grandezas medidas;

$\underline{\eta}$: vetor $(m \times 1)$ com valores aleatórios que representam erros de medição tais como: imprecisão dos medidores, erros causados pelos transformadores de instrumentos, efeitos de conversão analógico-digital, etc.

Supõe-se ainda que as incertezas modeladas no vetor $\underline{\eta}$ têm média zero e que os erros de medição são não-correlacionados. Esta suposição torna a matriz de covariância dos erros de medição, R , diagonal. Estas hipóteses são expressas com o auxílio da seguinte equação:

$$E(\underline{\eta}) = 0 \quad E(\underline{\eta} \cdot \underline{\eta}^t) = R \quad (2.2)$$

Pressupondo que a topologia e os parâmetros da rede sejam corretamente conhecidos, as grandezas medidas podem ser expressas como funções não-lineares dos estados, tais como:

$$\underline{z}_0 = h(\underline{x}) \quad (2.3)$$

Com base na Eq. (2.3), a Eq. (2.1) transforma-se em:

$$\underline{z} = h(\underline{x}) + \underline{\eta} \quad (2.4)$$

Portanto, o conjunto formado pelas equações (2.2) e (2.4) constituem-se no modelo de medição não-linear normalmente adotado em EESP [52] , [29] , [60] .

2.3 Formulação do Problema de Estimação de Estados Através do Método MQP

A partir do modelo de medição descrito através das equações (2.2) e (2.4), a formulação do problema de EESP através do método MQP baseia-se na minimização da seguinte função-custo, em relação ao vetor de estados estimados, \hat{x} .

$$J(\hat{x}) = [\underline{z} - h(\hat{x})]^t \cdot R^{-1} \cdot [\underline{z} - h(\hat{x})] \quad (2.5)$$

$$\triangleq \|\underline{z} - h(\hat{x})\|_{R^{-1}}^2$$

A matriz de ponderação R^{-1} , presente na Eq. (2.5), representa a inversa da matriz de covariância dos erros de medição. Dado que a *exatidão*¹ da medida é inversamente proporcional à variância do *erro aleatório* de medição correspondente, a escolha dos valores existentes nessa matriz é de fundamental importância para as propriedades estatísticas do estimador, pois eles refletem a confiança que se tem na medida obtida remotamente no sistema supervisionado. No Capítulo 3, algumas destas propriedades são discutidas em detalhes.

2.4 Solução do Problema de EESP Através do Método de Gauss-Newton

O problema de EESP, expresso formalmente na seção anterior, pode ser resolvido através da aplicação de vários métodos de programação matemática. No entanto, a natureza quadrática da função custo e a ausência de restrições, torna bastante atrativa a solução deste problema pelo método de Gauss-Newton.

A solução pelo método de Gauss-Newton do problema não-linear expresso na Eq. (2.5), fornece um algoritmo iterativo que corrige o vetor de estados a cada iteração através de:

¹ Valor que representa a proximidade de uma medida do seu valor real.

$$\hat{\underline{x}}^{k+1} = \hat{\underline{x}}^k + \Delta \hat{\underline{x}} \quad (2.6)$$

As correções, $\Delta \hat{\underline{x}}$, incorporadas ao vetor de estados, $\hat{\underline{x}}$, na k -ésima iteração, são obtidas através da expansão de $J(\hat{\underline{x}})$, Eq. (2.5), em série de Taylor, em torno do ponto $\hat{\underline{x}}$, na direção de $\Delta \hat{\underline{x}}$, até o termo de primeira ordem. Isto implica numa linearização do modelo de medição, que simplifica o problema sem comprometimento da qualidade da solução obtida². Esta abordagem leva à solução iterativa da equação normal de Gauss, expressa por:

$$[H^t(\hat{\underline{x}}^k).R^{-1}.H(\hat{\underline{x}}^k)].\Delta \hat{\underline{x}} = H^t(\hat{\underline{x}}^k).R^{-1}.\Delta \underline{z} \quad (2.7)$$

onde:

$$H(\hat{\underline{x}}) \triangleq \left. \frac{\partial h(\underline{x})}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}^k} = \text{Matriz Jacobiana} \quad (2.8)$$

$$\Delta \underline{x} = \underline{x} - \hat{\underline{x}}^k \quad (2.9)$$

$$\Delta \underline{z} \triangleq \underline{z} - h(\hat{\underline{x}}^k) \quad (2.10)$$

O critério de convergência do processo iterativo mais usado na solução da Eq. (2.7)

é o seguinte:

$$\max_i |\Delta x_i| \leq \varepsilon \quad (2.11)$$

onde ε é a tolerância pre-estabelecida (*p.c.x.* : 1.0×10^{-3}).

O método de solução do sistema de equações expresso em (2.7) é apresentado no Capítulo 5.

²Existem situações particulares, relatadas em [4], em que esta última aproximação (linearização) pode representar problemas de convergência do processo iterativo.

2.5 Redundância de Medidas

Para melhorar a redundância de medidas, permite-se ainda acrescentar ao conjunto de telemidas, armazenadas no vetor \underline{z} , informações sobre as condições de carga de determinadas barras. Por exemplo, barras com injeções nulas são informações que podem pertencer à classe de *pseudomedidas* e serem adicionadas ao conjunto de medidas disponíveis. Estas informações permitem melhorar as propriedades estatísticas dos estimadores por tratar-se de uma medida obtida na ausência de erros. Além disto, procedimentos como este permitem garantir que a condição necessária para obter solução única para o problema de EESP, através do método MQP, seja assegurada quando o número de medidas disponíveis, m , for maior que ou igual ao número de estados, n [52]. Em termos práticos, o número de medidas disponíveis é muito maior que o número de estados. Isto permite garantir que a redundância de medidas na ausência de erros grosseiros cometidos no processo de medição asseguram aos estimadores MQP a condição de melhor estimador de *máxima-verossimilhança* quando o modelo de medição é gaussiano [27], [32].

2.5.1 Redundância Global de Medidas

Um índice bastante usado para qualificar o modelo de medição adotado é referido na literatura técnica como medida de *redundância global* do sistema, que é definida por:

$$\rho = \frac{m}{n} \quad (2.12)$$

onde:

m : representa o número de medidas disponíveis;

$n = 2N - 1$: representa o número de estados estimados.

Um índice adequado de redundância global de medidas associado à técnicas de análise de observabilidade topológica, como por exei

mados em relação aos valores verdadeiros de grandezas medidas [27] , [32] . Por isto que o índice de redundância global quando analisado isoladamente, não garante as condições mínimas de utilização de métodos de identificação de medidas com erros grosseiros. Em trabalhos mais recentes, o conceito de redundância global foi estendido ao problema de *redundância local* de medidas.

2.5.2 Redundância Local de Medidas

O conceito de redundância local apresentado em seguida estabelece as condições mínimas e necessárias para a correta identificação de erros grosseiros. Este conceito foi formalizado em EESP por Mili *et al.* [39] , e está fundamentado na teoria de estatística robusta proposta inicialmente por Hampel *et al.* [23] . O conceito de redundância local de medidas baseia-se nas definições de *conjunto fundamental* e *máxima fração de contaminação* ($f_{j,\max}$) de medidas associadas a cada estado.

Define-se *conjunto fundamental*, $Z_j = \{z_i\}$, como sendo o grupo de medidas, z_i , associadas a cada variável de estado, x_j . Portanto, o conjunto de medidas que figuram em cada coluna da matriz Jacobiana é um conjunto fundamental.

O número máximo de medidas com erros grosseiros associadas a cada estado que pode ser processado por um estimador deve obedecer a seguinte condição [39] , [38] :

$$f_{j,\max} \leq \left\lceil \frac{m_j - 1}{2} \right\rceil \quad (2.13)$$

onde m_j é o tamanho do j -ésimo conjunto fundamental Z_j , e a operação $\lceil \cdot \rceil$ representa a parte inteira do argumento.

A condição expressa na Eq. (2.13) quando é respeitada permite aos estimadores de estados obter estimativas válidas na hipótese de que medidas com erros grosseiros tenham sido corretamente identificadas.

2.6 Processamento de Medidas com Erros Grosseiros Baseado na Matriz de Covariâncias dos Resíduos

Os erros de medição, incorporados ao modelo apresentado na Seção 2.2, apresentem distribuição gaussiana, isto é, os valores das componentes do vetor de erros aleatórios de medição $\underline{\eta}$ se enquadram na faixa de ± 3 desvios-padrão (σ) [29]. Os erros que se apresentam no intervalo de $\pm 3\sigma$ são satisfatoriamente filtrados pelo estimador de estado, devido à redundância das medidas. Erros em medidas cujas magnitudes estão fora da faixa de $\pm 3\sigma$ podem ser considerados erros grosseiros. Estes erros não podem estar no conjunto de medidas válidas porque comprometem o resultado do processo de obtenção dos estados do sistema. Os erros grosseiros superiores a $\pm 20\sigma$ costumam ser identificados por algoritmos de pré-filtragem [60], o que diminui consideravelmente o esforço computacional dispendido pelo estimador na etapa de processamento de erros grosseiros.

As medidas com erros grosseiros que se situam na faixa de ± 3 a ± 20 desvios-padrão devem ser detectados e identificados adequadamente. Para isto, vários métodos podem ser encontrados na literatura [52], [36], [61], [11], [42], etc.

O algoritmo de detecção de erros grosseiros mais utilizado em EESP baseia-se no *teste estatístico de hipóteses* [36] que é apresentado sucintamente em seguida.

2.6.1 Detecção de Erros em Medidas

Conforme foi discutido anteriormente, os erros grosseiros em EESP são caracterizados quando as telemedidas violam as hipóteses estabelecidas no modelo de medição.

O método convencional de detecção de medidas errôneas baseia-se comumente em um teste de hipóteses que utiliza o índice $J(\underline{\hat{x}})$, Eq. (2.5), calculado no ponto de solução, conforme o conjunto de equações (2.7)-(2.10). O índice $J(\underline{\hat{x}})$ representa a soma ponderada dos quadrados dos resíduos para o modelo linearizado. Para ser usado em um método de detecção de erros em telemedidas, $J(\underline{\hat{x}})$ deve ser caracterizado estatisticamente, tendo por base as seguintes premissas:

- a) consideram-se os erros de medição $\underline{\eta}$ como sendo normalmente distribuídos, isto é, $N(0; R)$;
- b) o modelo de medição é perfeitamente conhecido;
- c) o modelo linearizado de medição é obtido para um ponto satisfatoriamente próximo da solução.

As condições acima permitem formalizar o teste de hipóteses no qual o índice $J(\underline{\hat{x}})$ se baseia, ou seja:

$$\begin{aligned} H_0 : J(\underline{\hat{x}}) \text{ tem uma distribuição Qui-quadrado, com } (m - n) \text{ graus de liberdade [50] ;} \\ H_1 : H_0 \text{ é falso.} \end{aligned}$$

O teste de hipóteses é implementado comparando-se o índice $J(\underline{\hat{x}})$ com uma constante K , que é calculada tomando-se por base um certo valor de probabilidade de falso alarme α_0 pré-fixada. Assim, o limiar K é calculado como:

$$K = X_{(m-n); \alpha_0}^2 \quad (2.14)$$

onde $X_{(m-n); \alpha_0}^2$ é o percentil $(1 - \alpha_0)$ da distribuição Qui-quadrado com $(m - n)$ número de graus de liberdade.

A regra de detecção de medidas com erros grosseiros é a seguinte. Se $J(\hat{\underline{x}}) < K$ conclui-se que não existem erros grosseiros, considerando-se o nível de confiança assumido anteriormente, isto é, α_0 . Por outro lado, se a condição $J(\hat{\underline{x}}) \geq K$ ocorrer, pode-se afirmar que pelo menos um erro grosseiro está presente no conjunto de medidas disponíveis. Portanto, o erro grosseiro deve ser identificado e seus efeitos eliminados para que o processo de estimação ocorra na ausência de tais medidas.

2.6.2 Identificação de Medidas com Erros Grosseiros

Partindo-se da premissa de que o teste de detecção tenha indicado a existência de medidas com erros grosseiros, estas últimas devem ser localizadas. O exame individual dos resíduos de estimação, isto é, a diferença entre a quantidade medida e o valor estimado, é uma das estratégias de identificação usadas. No entanto, dois aspectos devem ser considerados:

1^o) Os medidores utilizados na coleta de dados do sistema possuem diferentes precisões, o que faz com que as variâncias das quantidades medidas sejam bastante diferentes. Isto significa que um valor discrepante para uma certa medida pode ser aceitável para outra;

2^o) Os resíduos são correlacionados. Esta correlação faz com que os efeitos de um erro grosseiro existente numa medida se espalhe sobre os resíduos de outras.

Por conta disto, deve-se estabelecer uma base de comparação única para os resíduos de estimação. Isto é feito através da normalização dos resíduos. Quando se considera o modelo de medição linear descrito abaixo:

$$\begin{aligned}\Delta \underline{z} &= H(\hat{\underline{x}}^k) \cdot \Delta \hat{\underline{x}} + \underline{\eta} \\ E(\underline{\eta}) &= \underline{0} \quad E(\underline{\eta} \cdot \underline{\eta}^t) = R\end{aligned}\tag{2.15}$$

O vetor de resíduos de estimação pode ser expresso por:

$$\underline{r} = \Delta \underline{z} - \Delta \hat{\underline{z}} \quad (2.16)$$

ou

$$\underline{r} = \Delta \underline{z} - H. \Delta \hat{\underline{x}} \quad (2.17)$$

onde $H(\hat{\underline{x}})$ por conveniência é escrito como H .

Usando a equação normal de Gauss, Eq. (2.7), a partir da Eq. (2.16), obtém-se:

$$\underline{r} = [I - H.(H^t.R^{-1}.H)^{-1}.H^t.R^{-1}]. \Delta \underline{z} \quad (2.18)$$

A definição das matrizes [52] :

- covariância dos resíduos de estimação:

$$W = R - H.C_0.H^t \quad (2.19)$$

- covariância dos erros de estimação:

$$C_0 = (H^t.R^{-1}.H)^{-1} \quad (2.20)$$

permite re-escrever o vetor dos resíduos de estimação, definido na Eq. (2.18), obtendo-se:

$$\underline{r} = (W.R^{-1}). \Delta \underline{z} = S. \Delta \underline{z} \quad (2.21)$$

Nesta última expressão define-se a matriz de sensibilidade dos resíduos como sendo:

$$S = W.R^{-1} \quad (2.22)$$

que torna possível mostrar os efeitos de contaminação de uma medida com erro grosseiro sobre as outras medidas.

A propriedade de idempotência da matriz de sensibilidade dos resíduos, i.é [52] :

$$S.S = S \quad (2.23)$$

e o auxílio da Eq. (2.21), permite justificar a denominação dada à matriz definida na Eq. (2.19), i.é, matriz de covariância dos resíduos de estimação, pois:

$$\begin{aligned} E[\underline{r}.\underline{r}^t] &= E[(S. \Delta \underline{z}).(S. \Delta \underline{z})^t] \\ &= S.E[\Delta \underline{z}. \Delta \underline{z}^t].S^t \\ &= S.R.S^t = W \end{aligned} \quad (2.24)$$

Finalmente, a normalização individual dos resíduos de estimação correspondente a cada medida pode ser realizada através da seguinte expressão:

$$r_{n_i} = \frac{r_i}{\sqrt{w_{ii}}} \quad (2.25)$$

As principais dificuldades na identificação de medidas com erros grosseiros podem ser resumidas da seguinte forma:

a) a busca do resíduo normalizado requer um esforço computacional nada desprezível no cálculo da variância dos resíduos, apesar de que apenas os elementos diagonais da matriz W são necessários. As técnicas da matriz esparsa inversa proposta por Broussole [10] e do vetor esparsa ortogonal [59] podem ser aplicadas;

b) a matriz de covariâncias dos erros, Eq. (2.20), pode apresentar problemas de condicionamento numérico [54] , [55] ;

c) a existência de múltiplos erros grosseiros;

Além dos problemas computacionais mencionados acima, existe ainda o problema causado por algumas medidas que, quando são corrompidas por erros grosseiros, não são identificadas pelos métodos baseados na normalização dos resíduos de estimação. Estas medidas aparecem agrupadas no espaço fator formado pelas linhas da matriz Jacobiana e são discrepantes em relação à maioria das medidas. As medidas que têm esta característica são designadas de *pontos de alavancamento* [51] , [40] , [35] , e são formalmente definidas no Capítulo 3.

2.7 Conclusões

Neste capítulo apresentam-se o modelo de medição, a formalização do problema de mínimos quadrados ponderados (MQP) em estimação de estados em sistemas de potência (EESP), bem como sua solução através do método de Gauss-Newton. A formalização do problema de redundância local de medidas é feita no sentido de garantir as condições mínimas de detectabilidade e identificação de medidas com erros grosseiros.

Além de apresentar a base teórica necessária ao desenvolvimento dos demais capítulos, o presente capítulo revisita o problema da detecção e identificação de medidas com erros grosseiros, dando-se ênfase ao problema do esforço computacional dispendido na normalização dos resíduos.

Capítulo 3

Robustecimento de Estimadores de Mínimos Quadrados Ponderados

3.1 Considerações Iniciais

A ênfase deste capítulo refere-se ao robustecimento estatístico de estimadores de mínimos quadrados ponderados. Neste sentido, apresenta-se inicialmente o problema de identificação de erros grosseiros quando ocorrem em medidas que são posicionalmente discrepantes em relação às demais. Tais medidas são chamadas *pontos de alavancamento* e são formalmente definidas na Seção 3.2. A metodologia que permite identificar e tratar tais medidas adequadamente é apresentada na Seção 3.3. A Seção 3.4 apresenta de forma sistematizada as técnicas de robustecimento de estimadores de mínimos quadrados ponderados baseados em critérios não-quadráticos. Os critérios não-quadráticos são definidos em bases estatísticas, ao contrário de outras abordagens propostas anteriormente [15], [62], [56], [5]. O valor dos pontos de transição usados para delimitar os segmentos quadrático do não-quadrático do estimador considerado é também obtido a partir de uma proposta não-heurística. Esta última abordagem permite controlar a magnitude das variâncias dos erros de estimação e estabelecer uma solução de compromisso entre os conceitos de *robustez* e *eficiência* estatística. Finalmente, a Seção 3.5 resume as principais conclusões do capítulo.

3.2 Pontos de Alavancamento em Sistemas de Potência

Nesta seção, no âmbito do problema de estimação de estados em sistemas de potência (EESP), apresentam-se as situações que tendem a gerar medidas definidas como pontos de alavancamento. Para auxiliar nesta definição, mostra-se um exemplo simples de regressão linear, que permite visualizar o efeito de *alavancamento* que uma medida ou grupo de medidas discrepantes exerce sobre as estimativas, bem como os resultados obtidos a partir da formulação baseada na matriz de covariâncias de resíduos apresentada no capítulo anterior.

3.2.1 Definição de Pontos de Alavancamento

A designação “*pontos de alavancamento*” (*leverage points*) foi inicialmente empregada em análise de estatística robusta de regressão [27] , [23] , [51] . Em EESP, foi introduzida por Mili *et al.* [40] , [35] , e é atribuída a medidas que são posicionalmente discrepantes (*outliers*) em relação às demais medidas projetadas no *espaço fator*. Este último é definido como sendo o espaço gerado pelas linhas da matriz Jacobiana, $H_{m \times n}$. As medidas que formam a matriz Jacobiana são ponderadas pelos respectivos desvios-padrão ($R^{-1/2}$), isto é, $R^{-1/2} \cdot H$.

São as seguintes as situações que tendem a gerar pontos de alavancamento em estimação de estados em sistemas de potência [40] :

- a) medidas de fluxos e injeções de potências adjacentes aos ramos que são considerados relativamente curtos quando comparados com os demais ramos do sistema;
- b) medidas de fluxos e injeções de potências adjacentes às barras que apresentam elevado número de ramos incidentes.

As medidas que se enquadram numa das situações descritas acima podem ainda ser caracterizadas como pontos de alavancamento *bons* ou *ruins*. Os pontos de alavancamento

ruins são medidas errôneas, enquanto que as medidas definidas como pontos de alavancamento bons são medidas isentas de erros grosseiros. Os métodos que permitem preservar os pontos de alavancamento bons e eliminar os ruins no processo de estimação são apresentados nos Capítulos 4 e 5.

Antes da apresentação do método que permite classificar medidas como pontos de alavancamento, é oportuno exemplificar algumas das situações em que a ocorrência de pontos de alavancamentos ruins é a causa de falha dos métodos de identificação de erros grosseiros que se baseiam na matriz de covariâncias dos resíduos.

3.2.2 O Problema de Identificação de Medidas Errôneas Caracterizadas como Pontos de Alavancamento

Considere os resultados apresentados na Tabela 3.1 obtidos a partir de um exemplo de regressão linear cujo modelo de medição é:

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} \underline{x} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \underline{\eta} \quad (3.1)$$

onde a e b são os estados, \underline{y} é o vetor contendo as observações e $\underline{\eta}$ é o vetor que representa os erros aleatórios de medição.

Na Tabela 3.1, a primeira, segunda e terceira colunas representam os dados de regressão linear mostrados na Fig. 3.1. O exemplo de regressão linear considerado pondera igualmente as medidas $(\sigma_i^2 = 1)^{-1}$. A quarta coluna lista os elementos da diagonal da matriz de covariâncias dos resíduos. A quinta coluna relaciona o vetor de resíduos de estimação e a última coluna mostra os resíduos normalizados. As duas últimas medidas listadas na tabela são pontos de alavancamento ruins (medidas 6b e 7b).

Tabela 3.1: Resultados do exemplo de regressão linear

Medida No.	Valores (x-y)			resíduos		
	eixo-x	Medidos (y)	Estimados (\hat{y})	W_{ii}	r_i	$ r_{n_i} $
1	1	1.0	1.5208	0.7243	-1.0208	1.1994
2	2	2.0	1.4658	0.7677	-0.4658	0.5316
3	3	3.0	1.4108	0.0026	0.0892	0.0996
4	4	4.0	1.3557	0.8289	0.6443	0.7077
5	5	5.0	1.3007	0.8466	1.1993	1.3034
6b	15	0.5	0.7506	0.5532	-0.2506	0.3370 \Leftarrow
7b	16	0.5	0.6956	0.4768	-0.1956	0.2833 \Leftarrow

O resíduo normalizado correspondente a cada medida não indica a existência de erros grosseiros. Por outro lado, os efeitos dos pontos de alavancamento ruins sobre os resultados da estimação podem ser vistos na Fig. 3.1. A reta tracejada indica o resultado da regressão linear se não fossem considerados as medidas 6b e 7b. Os valores estimados para os parâmetros a e b seriam 0.5 e 0, o que resultaria no modelo de regressão linear: $\hat{y} = 0.5x + 0$. Portanto, os valores corretos estimados para as medidas 6a e 7a seriam 7.5 e 8.0, respectivamente.

No entanto, a linha de traço contínuo mostra o quanto os pontos de alavancamento ruins podem influir nos resultados do problema de estimação. Através desta última é possível concluir que os resíduos associados aos pontos de alavancamento ruins são muito menores que os resíduos associados as outras medidas. Neste caso, o modelo de regressão linear é $\hat{y} = -0.055x + 1.576$, o que resulta os valores estimados \hat{y} apresentados na Tabela 3.1.

O exemplo de regressão linear mostrado anteriormente indica que os métodos tradicionais de detecção e identificação de erros grosseiros falham ao identificar medidas errôneas classificadas como pontos de alavancamento, o que invalida completamente o resultado de estimação. Portanto, as medidas classificadas como pontos de alavancamento no problema de estimação de estados devem ser devidamente identificadas e consideradas. Nas próximas

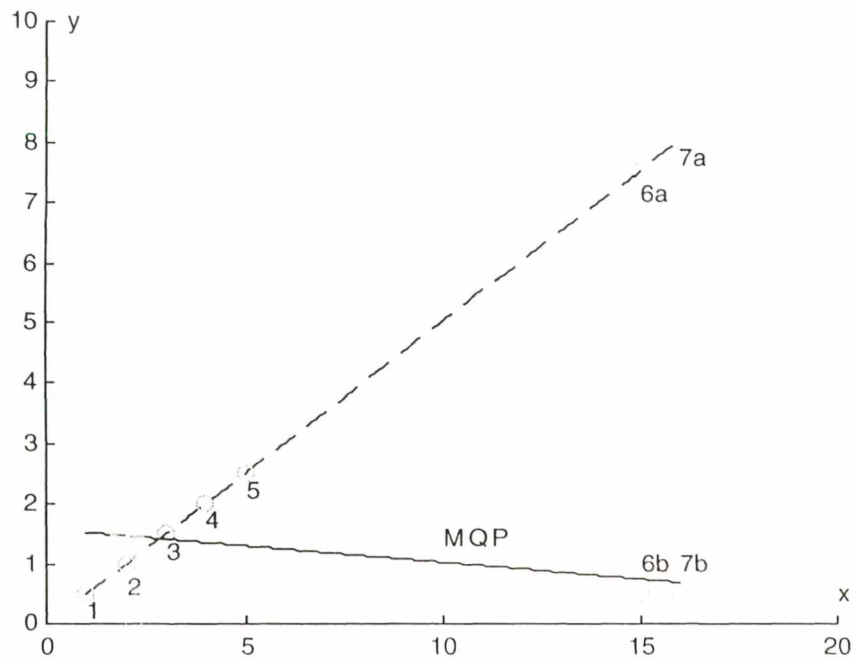


Fig. 3.1 Representação gráfica do exemplo de regressão linear

seções deste capítulo, apresenta-se a forma pela qual tais medidas são identificadas e incorporadas no problema de EESP investigado neste trabalho.

3.3 Identificação e Tratamento de Medidas Definidas como Pontos de Alavancamento

A forma pela qual as medidas caracterizadas como pontos de alavancamento é incorporada ao problema de EESP baseia-se na atribuição de um peso adicional a tais medidas. Para que as medidas assim definidas não sejam todas igualmente subponderadas no processo de estimação de estados, o algoritmo de solução do estimador deve ser capaz de eliminar as medidas classificadas como pontos de alavancamento ruins e preservar as medidas boas. Incluem-se entre estas últimas as medidas que são pontos de alavancamento e, simultanea-

mente, isentas de erros grosseiros. Neste sentido, os métodos que possuem a característica desejada são apresentados nos Capítulos 4 e 5.

Nesta seção, objetiva-se mostrar a forma pela qual as medidas classificadas como pontos de alavancamento são determinadas e introduzidas na formulação do problema de EESP. A atribuição de pesos associados a estas medidas é fundamentada no cálculo de uma medida de distância que representa a dispersão das medidas em relação a um valor de mediana. Este último valor é obtido a partir do conjunto de distâncias organizadas em ordem ascendente formadas entre cada medida e à maioria das demais medidas disponíveis. Em análise de estatística robusta de regressão, as distâncias definidas anteriormente são comumente chamadas de *índices de estatística de projeção* [51]. Em EESP, tende-se a manter a mesma nomenclatura [35] porque o espaço no qual tais distâncias são obtidas é formado por todas as linhas da matriz Jacobiana. A subseção seguinte apresenta a fundamentação matemática que permite calcular os índices de estatística de projeção.

3.3.1 Estimadores de Escala ou Espalhamento

As distâncias definidas no espaço fator formado pelas linhas da matriz Jacobiana, devem possuir uma mesma base de comparação. Este procedimento permite determinar quais medidas ou grupos de medidas são discrepantes em relação às demais. Neste sentido, as distâncias devem ser padronizadas por um *estimador de escala* ou *espalhamento*. O estimador de escala mais conhecido e utilizado é a *variância* (σ^2), que não é um parâmetro robusto porque também é função de valores discrepantes. No entanto, existem estimadores de escala de elevado ponto de colapso³ ou, simplesmente, estimadores de escala robustos que, ao contrário da variância que mede o espalhamento dos pontos em torno da média, os esti-

³O conceito de ponto de colapso de um estimador deve ser entendido como sendo sua capacidade de produzir estimativas com desvios finitos na presença de pontos discrepantes.

madores de escala robustos espelham a dispersão dos pontos em torno da mediana [51] . Os estimadores de escala investigados neste trabalho são [12] :

- i) MAD_j : “Median Absolute Deviation ” ou “Desvio Absoluto da Mediana ”;
- ii) S_j : “Spread estimator ” ou “Estimador de Espalhamento ”;
- iii) Γ_j .

A eficiência assintótica ⁴ destes estimadores de escala é função do esforço computacional dispendido. A Tabela 3.2, mostrada em seguida, apresenta um quadro comparativo da eficiência assintótica dos estimadores de escala considerados [12] .

Tabela 3.2: Estimadores de Escala Robustos

<i>Estimadores de Escala:</i>	Mad_j	S_j	Γ_j
<i>Eficiência Assintótica (ε_m):</i>	37%	58%	82%

A formulação matemática dos estimadores de escala S_j e Γ_j é mostrada no Apêndice A, que também apresenta um exemplo numérico comparativo do desempenho dos três estimadores de escala frente ao método tradicional, este último baseado em resíduos normalizados. As expressões de cálculo do estimador de escala robusto recomendado para aplicações em EESP são apresentadas em seguida.

ESTIMADOR DE ESCALA “ MAD_j ”

Em EESP, análises anteriores [35] indicam que é suficiente utilizar o estimador de escala MAD_j (“Median Absolute Deviation”), para estabelecer uma medida de dispersão que não sofre a influência de medidas discrepantes. A expressão de cálculo deste estimador de escala define-se por:

$$MAD_j = b_k \, 1.4826 \, mediana \left| h_j . h_i^t \right|$$

(3.2)

⁴Medida do desvio ocorrido entre valores estimados e a mediana do conjunto correspondente.

onde h_i e h_j são a i -ésima e j -ésima linhas da matriz Jacobiana, respectivamente, podendo i ser igual a j ; e b_k é um fator de correção introduzido para o caso em que o número de observações é ≤ 9 . Este parâmetro é definido conforme o quadro mostrado a seguir [12] :

$k \parallel$	2	3	4	5	6	7	8	9
$b_j \parallel$	1.196	1.495	1.363	1.206	1.200	1.140	1.129	1.107

Para $j > 9$, tem-se:

$$b_j = \frac{j}{j - 0.8} \quad (3.3)$$

3.3.2 Determinação de Índices de Estatística de Projeção - Ep_i

O índice de estatística de projeção de cada medida, Ep_i , pode ser formalmente definido como sendo a maior distância resultante da projeção do segmento de reta que une a i -ésima medida à mediana do conjunto de medidas disponíveis, sobre todos os segmentos de reta igualmente obtidos para as outras medidas [12] . Em face das características de esparsidade da matriz Jacobiana, o esforço computacional é consideravelmente amenizado. Neste sentido, além da esparsidade do problema, a simetria existente na matriz de projeções, isto é: $H.H^t$, deve ser explorada.

Em [35] recomenda-se que o cálculo dos índices de estatística de projeção pode ser realizado a partir da seguinte equação:

$$Ep_i = \max_j \frac{|\underline{h}_i \cdot \underline{h}_j^T|}{Es_j}, \text{ para } j = 1, \dots, m \quad (3.4)$$

onde \underline{h} é um vetor linha da matriz Jacobiana, já considerando a ponderação relativa aos desvios-padrão das medidas, isto é, $R^{-1/2}.H$. O estimador de escala Es_j , correspondente à j -ésima medida, tem a função de padronizar as projeções. O índice Ep_i determina o quão

distante cada linha da matriz Jacobiana está em relação ao conjunto formado por todas as demais linhas dessa matriz. O estimador de escala considerado no cálculo dos resultados apresentados no Capítulo 6, e recomendado para aplicações em EESP, é o estimador MAD_j pois exige menos esforço e maiores facilidades de implementação computacional.

3.3.3 Identificação de Pontos de Alavancamento

A identificação de medidas caracterizadas como pontos de alavancamento baseia-se na comparação individual dos índices de estatística de projeção (Ep_i) com um valor correspondente de limiar (b_i). Cada medida tem um valor correspondente de limiar que é função da distribuição Qui-quadrada ($\chi^2_{v,97.5\%}$) cujo percentil de 97.5% e o número de graus de liberdade (v) considerado é função do número de elementos não-nulos da i -ésima linha da matriz Jacobiana [35]. Analiticamente, tem-se que a i -ésima medida é considerada um ponto de alavancamento quando satisfaz a seguinte condição:

$$Ep_i > b_i = \chi^2_{v,97.5\%} \quad (3.5)$$

3.3.4 Tratamento de Pontos de Alavancamento em Problemas de EESP

A incorporação de medidas caracterizadas como pontos de alavancamento no problema de estimação de estados em sistemas de potência é feita atribuindo-se um peso adicional às medidas assim classificadas, além daqueles referentes aos desvios-padrão das medidas. O cálculo dos fatores de pesos adicionais para levar em conta possíveis pontos de alavancamento é feito a partir da seguinte expressão [34]:

$$w_i = \min\left\{1, \left(\frac{b_i}{Ep_i}\right)^2\right\}, \text{ para } i = 1, \dots, m \quad (3.6)$$

onde:

$m \rightarrow$ número de medidas;

$Ep_i \rightarrow$ é o *índice de estatística de projeção* correspondente à i -ésima medida.

$b_i = \chi^2_{v,97.5\%} \rightarrow$ é o valor da distribuição Qui-quadrado, considerando um percentil de 97.5%. O grau de liberdade, v , é definido pelo número de elementos não nulos da i -ésima linha da matriz Jacobiana.

Às medidas classificadas como pontos de alavancamento é atribuído um valor de peso, que varia entre 0 e 1, conforme indicado em (3.6). A forma como estes pesos são utilizados para subponderar os pontos de alavancamento ruins e preservar os bons é mostrada no Capítulo 5.

3.4 Estimadores Baseados em Critérios Não-Quadráticos

Os estimadores baseados em critérios não-quadráticos, quando usados em combinação com o algoritmo apresentado no Capítulo 5, pertencem a uma outra classe de estimadores robustos especialmente desenvolvidos para contornar o problema causado por medidas caracterizadas como pontos de alavancamento. Nesta seção, apresenta-se a fundamentação teórica usada para definir estatisticamente os estimadores baseados em critérios não-quadráticos.

Em EESP, a primeira proposta de utilizar critérios não-quadráticos associados a estimadores MQP foi apresentada por Merrill e Schweppe [33]. Outras propostas neste sentido podem ser encontradas em [15], [62], [56], [5]. Apesar do relativo sucesso conseguido, a utilização de pontos de transição que definem a função-custo $\rho(\cdot)$ e a primeira derivada $\psi(\cdot)$ em bases heurísticas podem comprometer a eficiência e/ou robustez dos estimadores. Nesta seção, apresenta-se uma maneira sistemática de definir os pontos de transição segundo a teo-

ria de estatística robusta. Esta abordagem permite fixar uma solução de compromisso entre os conceitos de eficiência e robustez do estimador em eliminar a influência de erros grosseiros nos valores estimados e, ao mesmo tempo, controlar os desvios nas estimativas.

3.4.1 Controle da Influência dos Resíduos

Os estimadores baseados em critérios não-quadráticos têm por objetivo limitar a influência de medidas que resultem em valores correspondentes de resíduos além de um limite tido como aceitável. Neste trabalho, este limite é designado de ponto de transição do estimador, pois ele delimita o segmento quadrático do não-quadrático. Os estimadores considerados para aplicação estão descritos abaixo e resumidos na Tabela 3.3 ⁵.

- *mínimos quadrados ponderados (MQP)*

(Gauss/Legendre, 1795)

- *quadrático-constante analítico (QCA)*

(Beaton/Tukey, 1974)

- *quadrático-constante (QC)*

(Huber, 1964; Hinich/Talwar, 1975)

- *quadrático-raiz quadrada (QRQ)*

(Merrill/Schweppe, 1971)

- *quadrático-tangente (QT)*

(Huber, 1964)

- *mínimo valor absoluto (MVA)*

(Norma 1)

⁵O estimador de mínimo valor absoluto (MVA) foi incluído nos quadros comparativos mostrados em seguida apenas com o propósito de ilustrar sua aplicação, pois sua investigação, como uma das propostas para contornar o problema dos pontos de alavancamento [2], não consta dos objetivos deste trabalho de tese.

Na Tabela 3.3, as variáveis r e β , representam os resíduos resultantes e o valor do ponto de transição que define cada estimador, respectivamente. Os valores de β utilizados neste trabalho foram definidos a partir de uma eficiência estatística de 95 %. A metodologia de cálculo dos pontos de transição para estes estimadores, como função de uma eficiência estatística pré-estabelecida, é apresentada em seguida.

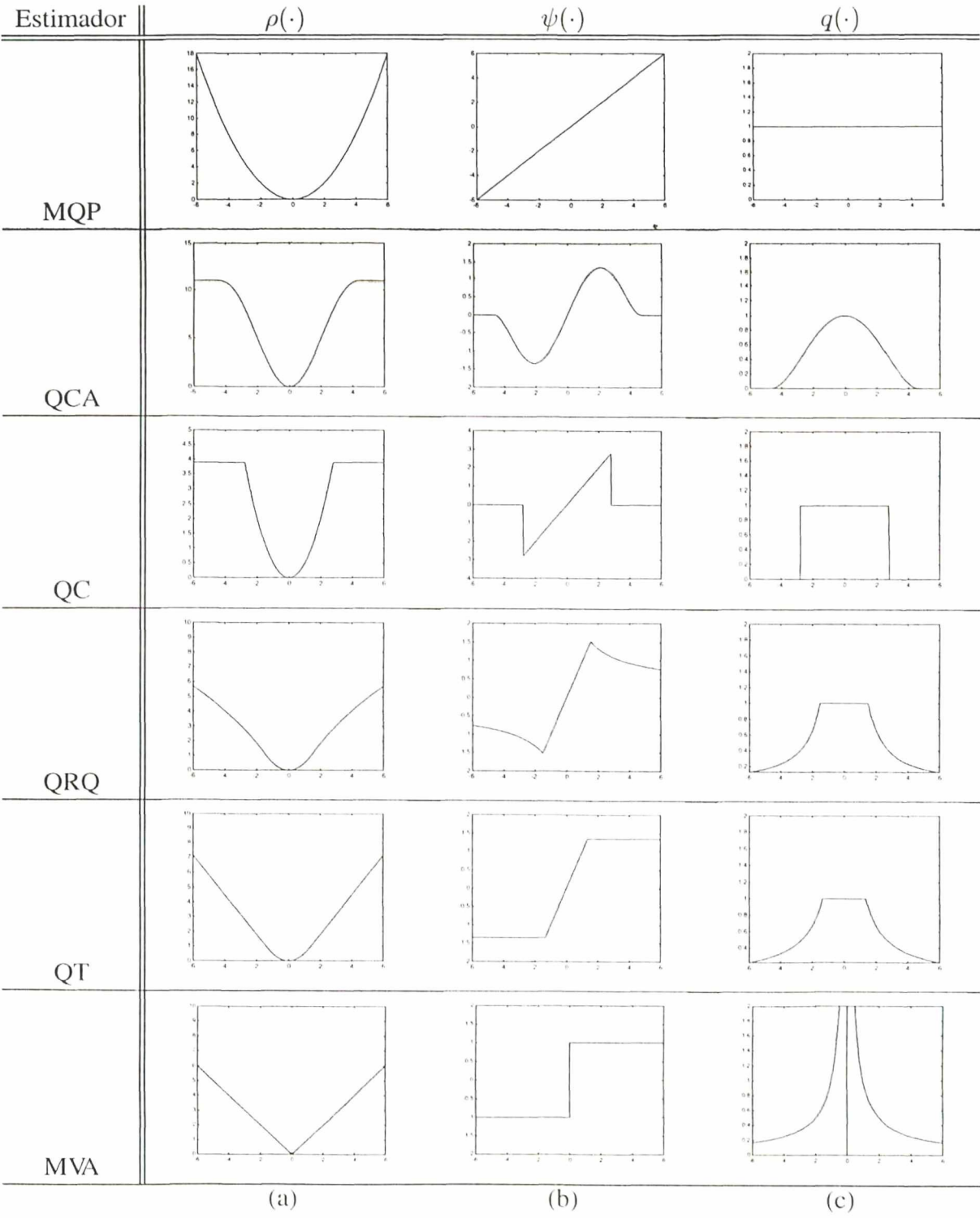
Tabela 3.3: Funções Não-Quadráticas

<i>Estim.</i>	<i>Domínio</i>	$\rho(r)$	$\psi(r) = \rho'(r)$	β
<i>MQP</i>	\mathbb{R}	$r^2/2$	r	∞
<i>QCA</i>	$ r \leq \beta$	$(\beta^2/2)[1 - [1 - (r/\beta)^2]^3]$	$3r[1 - (r/\beta)^2]^2$	4.685
	$ r > \beta$	$\beta^2/2$	0	
<i>QC</i>	$ r \leq \beta$	$r^2/2$	r	2.795
	$ r > \beta$	$\beta^2/2$	0	
<i>QRQ</i>	$ r \leq \beta$	$r^2/2$	r	1.264
	$ r > \beta$	$2\beta^{3/2}\sqrt{ r } - \frac{3}{2}\beta^2$	$\beta^{3/2}\frac{\text{sign}(r)}{\sqrt{ r }}$	
<i>QT</i>	$ r \leq \beta$	$r^2/2$	r	1.345
	$ r > \beta$	$\beta r - \beta^2/2$	$\text{sign}(r) \cdot \beta$	
<i>MVA</i>	\mathbb{R}	$ r $	$\text{sign}(r)$	0

O estimador *QT*, dentre os estimadores investigados, foi o primeiro estimador de máxima-verossimilhança, definido em bases estatísticas. O estimador *QT*, juntamente com o estimador de mínimo valor absoluto (*MVA*), são os únicos que apresentam a função $\rho(\cdot)$ convexa, o que permite assegurar a inexistência de *mínimos locais* [37]. (Na verdade, o estimador de *MVA* é um caso particular do estimador *QT* quando o ponto de transição tende para zero, isto é, $\beta \rightarrow 0$).

Para melhor ilustrar os critérios não-quadráticos investigados nesta pesquisa, mostram-se na Tabela 3.4 as curvas associadas a cada estimador não-quadrático considerado. As funções $\rho(\cdot)$, são mostradas na coluna (a), e suas primeiras derivadas, $\psi(\cdot)$, aparecem nos gráficos intermediários, coluna (b). Os gráficos mostrados na coluna (c) representam a função peso, $q(\cdot)$. Esta última função é utilizada no método *MQRDI* e será definida no Capítulo 5.

Tabela 3.4: Curvas de Estimadores Não-Quadráticos



A metodologia de cálculo dos pontos de transição destes estimadores, como função de uma eficiência estatística pré-estabelecida, é descrita em seguida.

3.4.2 Pontos de Transição Estatisticamente Definidos

Os valores usados como pontos de transição (β) entre os segmentos que definem os estimadores não-quadráticos considerados, são determinados segundo os conceitos de estatística apresentados a seguir. Nesta definição, considera-se uma eficiência estatística (ε_m) de 95 % e o modelo de medição associado é baseado na distribuição Guassiana [25] . A Fig. 3.2 mostra a curva de eficiência estatística para o estimador QT.

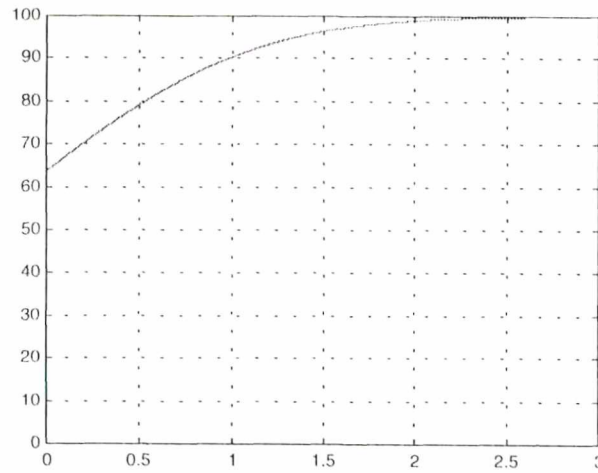


Fig. 3.2 Curva de eficiência estatística do estimador QT: Eixo x - β ; Eixo y - %

Na Tabela 3.4 pode-se observar que a tendência do valor do ponto de transição β para zero faz o estimador QT transformar-se no estimador de mínimo valor absoluto (MVA), enquanto que em sentido contrário, i.é., quando β tende para o infinito, o estimador QT se transforma no estimador MQP. Isto permite concluir que, quando o modelo de medição for gaussiano, o que implica ausência de erros grosseiros, a eficiência estatística do estimador MQP é 100%, o que o torna o melhor estimador de máxima verossimilhança. Por outro lado,

considerando o mesmo modelo de medição, o valor da eficiência estatística do estimador MVA é reduzido para $\approx 67\%$.

O procedimento utilizado neste trabalho para determinar o ponto de transição β é baseado no estabelecimento de um nível de eficiência estatística, por exemplo, 95 %.

O cálculo da curva de eficiência estatística de um estimador, mostrada na Fig. 3.2, utiliza métodos de integração numérica para avaliar as seguintes expressões [25] , [7] :

1. *variância assintótica:*

$$Var(\hat{x}) = \frac{E[\psi(r)^2]}{\{E[\psi'(r)]\}^2} \quad (3.7)$$

2. *Informação de Fisher (If):*

$$If = E[\psi(r)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(r)^2 \cdot f(r) \cdot dr \quad (3.8)$$

3. *eficiência estatística:*

$$\varepsilon_m = \frac{1/If}{Var(\hat{x})} \quad (3.9)$$

onde $\psi(\cdot)$ e $\psi'(\cdot)$ são o gradiente e a hessiana da função $\rho(\cdot)$, respectivamente.

3.5 Conclusões

Basicamente, são três as principais conclusões pertinentes ao presente capítulo.

A primeira conclusão refere-se ao estimador de escala MAD_j . Este estimador é suficiente para aplicações em EESP porque apresenta propriedades estatísticas desejáveis e exige menor esforço e maiores facilidades de implementação computacional.

A segunda conclusão ressalta a necessidade de se explorar a esparsidade e a simetria da matriz de projeção $H.H^t$ para tornar computacionalmente mais eficiente o cálculo dos índices de estatística de projeção, Ep_i .

A terceira conclusão diz respeito ao valor de pontos de transição (β) usados na definição de estimadores baseados em critérios não-quadráticos. Os valores dos pontos de transição usados neste trabalho são determinados segundo critérios estatísticos, ou seja, são calculados em bases não-heurísticas. O uso de conceitos de estatística robusta permite estabelecer a relação desejada entre os níveis de robustez e eficiência estatística desejados para a correta definição de estimadores baseados em critérios não-quadráticos.

Capítulo 4

Estimador Robusto de MQP Baseado no Método de Mínima Mediana

4.1 Introdução

Este capítulo apresenta uma primeira proposta de estimador robusto que é capaz de identificar erros grosseiros em medidas caracterizadas como pontos de alavancamento. Este estimador se baseia num conjunto de planos mínimos observáveis de medição, cujas medidas são escolhidas aleatoriamente (desde que respeitada a restrição de observabilidade) entre as telemedidas disponíveis. A função-custo a ser minimizada é a mediana do conjunto dos quadrados dos resíduos ponderados correspondentes a cada plano mínimo observável de medição. Os resultados obtidos usando este estimador são apresentados no Capítulo 6.

O estimador MQP baseado em planos de mínima mediana é uma das primeiras propostas de estimadores robustos capazes de contornar o problema de identificação de erros grosseiros em medidas classificadas como pontos de alavancamento. Este estimador, aplicado à EESP por Mili *et al.* [38] , [40] , apresenta pouca eficiência estatística, pois suas estimativas são obtidas a partir de um conjunto crítico de medidas. Além disso, exige-se elevado custo computacional por causa da escolha aleatória de medidas necessárias para compor cada plano de medição, devendo este último ser observável. No entanto, suas características

quando combinadas a outras ferramentas [53] , e sua implementação em ambiente de computação paralela⁶, podem potencializar sua utilização em tempo real.

O teste de observabilidade implementado no estimador baseado no método da mínima mediana (MMM) se constitui numa das contribuições deste trabalho. O referido teste utiliza um método de observabilidade topológica [53] que, ao contrário do proposto em [40] , não realiza operações em ponto flutuante e, conseqüentemente, é computacionalmente mais eficiente. Neste trabalho, as sucessivas estimativas baseadas em planos de medição mínimo observáveis são obtidas a partir da versão não-desacoplada do estimador MQP resolvido através de transformações ortogonais via rotações de Givens [54] .

Este capítulo está organizado da seguinte forma. A seção 4.2 apresenta a formulação do problema de EESP através do método de mínima mediana. A seção 4.3 mostra as estratégias adotadas para o sorteio das medidas que fazem parte de cada plano de medição não-redundante. A seção 4.4 descreve as principais vantagens de aplicação do teste de observabilidade baseado em análise topológica. A seção 4.5 apresenta um pseudo-código do método de mínima mediana. Finalmente, a seção 4.6 resume as principais conclusões do capítulo.

4.2 Formulação do Problema de EESP Através do Estimador de Mínima Mediana

4.2.1 Função-Objetivo do Estimador de Mínima Mediana

O estimador não-linear de mínima mediana tem por função-objetivo a mediana do quadrado dos resíduos de estimação de ordem i , ou seja:

⁶Ver discussão do artigo [40]

$$J(x) = (r_w^2)_{i:m} \quad (4.1)$$

O lado direito da Eq. (4.1) indica a mediana do conjunto de m valores do quadrado dos resíduos ponderados de estimação.

A ordem do elemento tomado como a mediana do conjunto é expressa por:

$$i = \left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil + \left\lceil \frac{(n+1)}{2} \right\rceil \quad (4.2)$$

onde m representa o número de medidas, n é o número de estados e $\lceil \cdot \rceil$ significa a *parte inteira* da operação algébrica representada como argumento. Deve-se observar que o cálculo da mediana em (4.1) implica que os valores dos resíduos ponderados sejam previamente elevados ao quadrado e organizados em ordem ascendente de valor.

4.2.2 Padronização dos Resíduos de Estimação e Identificação de Erros Grosseiros

A padronização dos resíduos de estimação considera, além das variâncias das medidas, uma medida da dispersão dos resíduos de estimação em torno da mediana do conjunto. Analiticamente, os resíduos de estimação são padronizados individualmente como:

$$|r_{s_i}| = \frac{|r_{w_i}|}{\hat{\sigma}_r} \quad (4.3)$$

onde o “desvio-padrão robusto” ($\hat{\sigma}_r$) mede a dispersão em torno da mediana e é definido como segue:

$$\hat{\sigma}_r = C \cdot \sqrt{J(x)} = C \cdot \sqrt{(r_w^2)_{i:m}} \quad (4.4)$$

O fator de correção (C) é definido de forma a fazer com que $\hat{\sigma}_r$ tenda ao desvio-padrão σ quando o número de medidas aumenta, na hipótese de erros de medição gaussianos. Sugere-se em [38] , [40] o uso da seguinte heurística para definir o fator de correção:

$$C = 1.4826 \cdot \left(1 + \frac{5}{m - n} \right) \quad (4.5)$$

Uma vez definidos todos os parâmetros necessários à padronização dos resíduos, as medidas cujos resíduos satisfazem a condição mostrada em seguida são consideradas medidas com erros grosseiros [40] :

$$|r_{s_i}| = \frac{|r_{w_i}|}{\hat{\sigma}_r} \geq 2.5 \quad (4.6)$$

4.3 Estratégias Adotadas na Escolha de Planos de Medição Não-Redundantes

O estimador robusto de mínimos quadrados baseados em planos de mínima mediana, resumidamente, consiste em selecionar vários subconjuntos não-redundantes de medidas a partir das m medidas disponíveis. O cálculo dos estados deve ser precedido de uma análise de observabilidade para cada conjunto selecionado. Ao final do processo, os estados estimados considerados válidos são aqueles obtidos a partir do plano de medidas que apresenta a menor mediana.

Contudo, um problema a ser equacionado consiste em determinar o número de subconjuntos não-redundantes de medidas que devem ser considerados durante o processo de estimação. A escolha aleatória de n medidas pertencentes ao conjunto completo que contém m medidas disponíveis, i.é, C_n^m , torna o problema impraticável para a aplicação direta a sistemas de grande porte. Entretanto, é possível limitar o número de tentativas necessárias à

filtragem dos efeitos de medidas com erros grosseiros. Esta idéia consiste, basicamente, em selecionar um número k de subconjuntos sorteados, de tal forma que se possa garantir que pelo menos um dos conjuntos disponíveis seja isento de medidas espúrias. Claro é o fato de que quanto maior o número de conjuntos avaliados, maior é a probabilidade de ocorrer a seleção desejada. Inicialmente, o cálculo do número de planos mínimos de medição deve considerar a fração de contaminação de medidas, expressa como:

$$\varepsilon = \frac{f}{m} \quad (4.7)$$

onde f é o número máximo de medidas com erros grosseiros que o estimador pode processar sem que ocorra falhas de identificação. É possível demonstrar que o número máximo de medidas contaminadas que um estimador pode filtrar, quando o modelo de medição é gaussiano, é igual à metade do número de medidas redundantes disponíveis [38] , [40] , isto é:

$$f_{\text{máx}} = \left\lceil \frac{(m - n)}{2} \right\rceil \quad (4.8)$$

A substituição da Eq. (4.8) na expressão em (4.7), permite estabelecer a máxima fração de contaminação que um estimador pode ser submetido, ou seja:

$$\varepsilon_{\text{máx}}^* = \frac{\left\lceil \frac{(m - n)}{2} \right\rceil}{m} \quad (4.9)$$

Nesta última equação, um elevado número de medidas redundantes ($m \rightarrow \infty$) conduz a um $\varepsilon_{\text{máx}}^*$ de valor igual a 50%. Os estimadores que apresentam valores elevados de ε^* são considerados robustos pois possuem elevado ponto de colapso, isto é, capacidade de processar elevado percentual de medidas contaminadas por erros grosseiros [38] .

Assim sendo, ε^* pode representar a probabilidade de se flagrar uma medida como errônea. Logo, a probabilidade de selecionar n medidas corretas é $(1 - \varepsilon)^n$, e a probabilidade

de seleccionar k subconjuntos contaminados de tamanho n é igual a $(1 - (1 - \varepsilon)^n)^k$. Finalmente, a probabilidade τ de seleccionar pelo menos um conjunto, entre k disponíveis, isento de qualquer medida contaminada é expressa por: $1 - (1 - (1 - \varepsilon)^n)^k$. Para valores de τ , ε e n pré-definidos, após manipulações algébricas, obtém-se [40] :

$$k = \frac{\ln(1 - \tau)}{\ln(1 - (1 - \varepsilon)^n)} \quad (4.10)$$

Em [40] , é ainda sugerido o uso de um número de $2k$ planos de medidas não-redundantes para aumentar a probabilidade de escolher ao menos um subconjunto de medidas isentas de erros.

4.4 Contribuições para a Operacionalização do Estimador de Mínima Mediana Baseado em Análise Topológica de Observabilidade

A análise de observabilidade baseada no método topológico apresentado em [53] é computacionalmente mais eficiente que o teste usado em [40] . A principal vantagem é que o referido teste aplicado ao estimador MMM no presente trabalho pertence a uma classe de métodos desenvolvidos especialmente para resolver problemas de natureza topológica em EESP. A análise de observabilidade empregada não utiliza operações em ponto flutuante porque se baseia num algoritmo de análise combinatorial.

No presente caso, além do teste de observabilidade implementado, o algoritmo relaciona previamente todas as medidas críticas, conjuntos e pares críticos existentes no conjunto completo de telemedidas disponíveis. Estas informações adicionais evitam problemas de detecção e identificação de erros grosseiros em medidas e conjuntos críticos, respectivamente [36] .

4.5 Algoritmo do Estimador de Mínima Mediana

O algoritmo do estimador baseado em planos de mínima mediana pode ser resumido da seguinte forma [34] , [40] , [41] :

1. Dado um sistema supervisionado contendo m medidas disponíveis e n estados a serem estimados, definir um número adequado de $2k$ conjuntos de medidas de acordo com a Eq. (4.10), e fazer $i = 1$;
2. Selecionar um conjunto de n medidas escolhidas aleatoriamente;
3. Efetuar a análise de observabilidade do plano de medição constituído pelas medidas selecionadas no passo anterior⁷. Se o teste de observabilidade for falso, ir para o passo 5.
5. Em caso contrário, ir para o passo seguinte;
4. Proceder os seguintes cálculos, seqüencialmente:
 - i) estados;
 - ii) resíduos;
 - iii) desvio-padrão robusto para padronizar os resíduos;
 - iv) elevar ao quadrado os resíduos ponderados (qrp);
 - v) dispor os valores do vetor contendo o (qrp) em ordem crescente;
 - vi) armazenar o valor da mediana calculada a partir do vetor (qrp) ordenado e ir para o passo 5;
5. Testar se $i \leq 2k$. Em caso afirmativo, fazer: $i = i + 1$, e retornar ao passo 2. Se $i > 2k$, ir para o passo imediatamente seguinte;
6. Realizar o cálculo do desvio-padrão robusto e padronizar os resíduos correspondente à seleção que apresentou a menor mediana sobre o vetor contendo os valores do (qrp).

⁷Referencia-se a seção 4.4 anterior.

As estimativas a serem utilizadas são obtidas a partir do conjunto de medidas que apresenta o menor valor de mediana;

7. Comparar os valores de resíduos padronizados com o limiar adotado. A medida cujo valor de resíduo padronizado for superior ao limiar usado é considerada errônea;

8. Encerrar o processamento.

4.6 Conclusões

A primeira proposta de estimador robusto, desenvolvido para identificar erros grosseiros em medidas previamente classificadas como pontos de alavancamento, apesar do custo computacional, apresenta características que podem disponibilizá-lo para aplicações em tempo real.

A exigência de um certo número de planos mínimos observáveis necessários à filtragem de medidas com erros grosseiros, requer um algoritmo de teste de observabilidade que seja computacionalmente mais eficiente. Ao contrário da proposta original [40], este capítulo apresenta a implementação de um estimador baseado no método de mínima mediana (MMM) cujo teste de observabilidade dispensa a realização de operações em ponto flutuante na elaboração da lista exigida de planos mínimos observáveis de medição.

Neste trabalho, apesar dos resultados mostrados na Seção 6.3 do capítulo de resultados, recomenda-se o estimador de mínima mediana para ser usado por enquanto como uma referência *off-line* de resultados para outros estimadores.

Capítulo 5

Estimadores Robustos de Mínimos

Quadrados com Rescalonamento

Dinâmico Iterativo (MQRDI)

5.1 Introdução

O presente capítulo descreve as principais contribuições do trabalho de tese. Nele apresenta-se um método de solução do problema de EESP que também é capaz de preservar a influência de medidas classificadas como *pontos de alavancamento válidos ou bons*. A principal vantagem de sua utilização é que as propriedades estatísticas do estimador não são prejudicadas por força da supressão de medidas boas do conjunto de medidas, como ocorre com o método apresentado no capítulo anterior que se baseia em conjuntos de medidas não-redundantes. Neste sentido, apenas as influências indesejáveis de medidas suspeitas de serem errôneas, principalmente aquelas referentes aos pontos de alavancamento ruins, é que são eliminadas. O referido método baseia-se em estimadores não-quadráticos que, resumidamente, ao contrário de outros métodos conhecidos na literatura [62] , [37] , [56] , [5] , possui as seguintes vantagens:

a) Os critérios não-quadráticos são definidos segundo a análise de estatística robusta, o que permite controlar as propriedades de robustez e/ou eficiência que se deseja obter do estimador;

b) A influência das medidas durante o processo iterativo é função dos respectivos resíduos, isto é, quanto maior o valor de resíduo menor é a influência da medida correspondente no processo de estimação. Além disso, a ponderação das medidas pode variar a cada iteração, e há a possibilidade de que uma medida que tenha sido suprimida em uma dada iteração seja resgatada na iteração seguinte;

c) Ao fim do processo iterativo, os estados obtidos são considerados válidos, o que evita re-estimar os estados após a identificação de medidas com erros grosseiros;

d) A identificação de erros grosseiros é um subproduto do método, e o cálculo dos resíduos normalizados é desnecessário.

O método que possui as características descritas acima foi previamente investigado por Schweppe [33] e Huber [35] e é baseado no algoritmo de Beaton e Tukey [6]. As propriedades de convergência deste último algoritmo são bem conhecidas e sua utilização em análise de regressão linear já está consolidada [25], [7]. Em EESP, este método foi inicialmente explorado por Mili *et al.* [35].

Neste trabalho, o problema de EESP também é formulado através do algoritmo descrito acima, porém sua solução é obtida através de um método numérico mais robusto e eficiente. O uso de transformações ortogonais baseadas em rotações de Givens é o mais indicado e aceito [54], [58], [59] para resolver sistemas de equações redundantes inerentes ao problema de mínimos quadrados. Isto porque problemas de ordem numérica são bastante frequentes em situações em que podem ocorrer diferenças significativas na magnitude de pesos aplicados às medidas [45]. Na presente formulação o valor dos pesos aplicados às

medidas varia a cada iteração e é função do respectivo resíduo de estimação. A combinação destas contribuições resulta no método denominado neste trabalho de *mínimos quadrados com rescalonamento dinâmico iterativo (MQRDI)*.

As versões *primal* e *dual* do algoritmo desacoplado rápido do estimador MQRDI, como é implementado em [43], também são investigadas neste capítulo. Basicamente, são dois os objetivos: o primeiro, visa diminuir o esforço computacional dispendido no cálculo dos pontos de alavancamento; o segundo, objetiva proporcionar melhores condições iniciais para o processo iterativo existente na solução do estimador.

Este capítulo está estruturado da seguinte forma. Na seção 5.2, apresentam-se os fatores de ponderação que são levados em consideração no método MQRDI. A seção 5.3 é dedicada à formulação do problema de EESP através do método MQRDI. A seção 5.4 mostra a solução de estimadores do tipo

das em rotações de Givens. Nesta seção, também são apresentadas as equações básicas de transformações ortogonais e discutidos os aspectos computacionais de implementação para a aplicação de rotações de Givens associadas ao método MQRDI. A seção 5.5 exemplifica a aplicação do método MQRDI e mostra o problema de se utilizar estimadores cujas funções-custo são não-convexas. A seção 5.6 apresenta as motivações de se implementar o método de mínimos quadrados com rescalonamento dinâmico iterativo - desacoplado rápido (MQRDI-DR). A seção 5.7 mostra a influência do algoritmo desacoplado rápido no cálculo de pontos de alavancamento. A seção 5.8 apresenta a formulação do método MQRDI-DR. A seção 5.9 desenvolve a solução de estimadores do tipo MQRDI-DR através do método ortogonal baseado em rotações de Givens. A seção 5.10 lista as principais vantagens de aplicação do método MQRDI-DR. A seção 5.11 apresenta o algoritmo usado para processar erros

grosseiros quando os estimadores MQRDI e MQRDI-DR são utilizados. Finalmente, a seção 5.12 resume as principais conclusões extraídas deste capítulo.

5.2 Fatores de Ponderação dos Resíduos

A incorporação de pesos atribuídos às medidas classificadas como pontos de alavancamento, Eq. (7.1), é feita inicialmente na fase de padronização dos resíduos. Os resíduos padronizados são calculados através da seguinte expressão [35] , [49] :

$$r_{s_i} = \frac{r_i}{\sigma_i \cdot w_i} \quad (5.1)$$

onde os resíduos, $r_i = z_i - h_i(x)$, são os valores resultantes da diferença entre a grandeza telemedida (z_i) e o valor estimado para a quantidade medida calculado como uma função não-linear dos estados ($h_i(x)$).

No denominador da Eq. (5.1) nota-se a sobreposição de duas ponderações. A primeira considera os desvios-padrão (σ_i) das medidas, enquanto que a segunda ponderação, (w_i), refere-se ao peso associado àquelas medidas classificadas como pontos de alavancamento. Esta segunda ponderação será melhor discutida na Seção 5.3.

Uma terceira ponderação, sugerida pelos estatísticos [25] , [7] , consiste em aplicar um *estimador de escala robusto* [12] aos resíduos padronizados (r_{s_i}). O objetivo é limitar a influência de medidas discrepantes e melhorar as propriedades de convergência do método MQRDI. Neste trabalho, esta sugestão foi adotada somente para o estimador *quadrático-tangente*, em observância às justificativas expressas em [25] , conforme está descrito na Seção 5.3.

5.3 Formulação do Problema de Estimação de Estados pelo Método MQRDI

5.3.1 Formulação Matemática

A formulação do problema de estimação de estados considerando os pontos de alavancamento, na forma matricial, pode ser apresentada como sendo:

$$\min J(\hat{\underline{x}}) = \underline{\omega}^T \cdot \rho(\tilde{\underline{r}}_s) \cdot \underline{\omega} \quad (5.2)$$

onde:

$$\rho(\tilde{\underline{r}}_s) = \begin{bmatrix} \rho(\tilde{r}_{s_1}) & & & \\ & \rho(\tilde{r}_{s_2}) & & \\ & & \ddots & \\ & & & \rho(\tilde{r}_{s_m}) \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_m \end{bmatrix}$$

A função $\rho(\tilde{\underline{r}}_s)$ representa o estimador utilizado e $\underline{\omega}$ representa vetor de pesos associados aos pontos de alavancamento.

O vetor de resíduos $\tilde{\underline{r}}_s$ implícitos na definição de $\rho(\cdot)$ são expressos pela seguinte relação:

$$\tilde{\underline{r}}_s = \xi \cdot \underline{r}_s \quad (5.3)$$

onde o fator $\xi = (1/Es)$ é um escalar que permite fazer o escalamento robusto dos resíduos padronizados, e Es é um estimador de escala robusto [35] , [12] . Em EESP, é suficiente usar o estimador de escala MAD_j descrito no Capítulo 3, sendo que Es assume a forma:

$$Es = \text{mediana} |r_{s_i}| \quad (5.4)$$

A condição de otimalidade a ser cumprida ($\nabla J(\hat{\underline{x}}) = \underline{0}$) conduz à seguinte expressão:

$$\left(\frac{\partial \tilde{\underline{r}}_s}{\partial \hat{\underline{x}}} \right)^T \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tilde{\underline{r}}_s} \right) \cdot \hat{\Omega}^2 \cdot e = \underline{0} \quad (5.5)$$

onde:

$$\hat{\Omega} = \begin{bmatrix} \Omega_1 & & & \\ & \Omega_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \Omega_m \end{bmatrix} \quad e \quad \hat{\Omega}^2 \cdot e = \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \vdots \\ \Omega_m^2 \end{bmatrix}$$

já que o vetor coluna e de dimensão m tem todos os seus elementos iguais a 1. O vetor de resíduos definido anteriormente assume a forma:

$$\tilde{\underline{r}}_s = \xi \cdot R^{-1/2} \cdot \hat{\Omega}^{-1} \underline{r} = \xi \cdot R^{-1/2} \cdot \hat{\Omega}^{-1} \cdot (\underline{z} - h(\hat{\underline{x}})) \quad (5.6)$$

onde:

$$R^{-1/2} = \begin{bmatrix} 1/\sigma_1 & & & \\ & 1/\sigma_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1/\sigma_m \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Assim sendo, os termos da Eq. (5.5) escrevem-se como:

$$\left(\frac{\partial \tilde{\underline{r}}_s}{\partial \hat{\underline{x}}} \right) = -\xi \cdot R^{-1/2} \cdot \hat{\Omega}^{-1} \cdot \left(\frac{\partial h(\hat{\underline{x}})}{\partial \hat{\underline{x}}} \right) = -\xi \cdot R^{-1/2} \cdot \hat{\Omega}^{-1} \cdot H(\hat{\underline{x}}) \quad (5.8)$$

onde

$$H = \left. \frac{\partial h}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x} = \hat{\underline{x}}^k} \quad (5.9)$$

e, por definição:

$$\Psi(\tilde{\underline{r}}_s) \triangleq \left(\frac{\partial \rho(\tilde{\underline{r}}_s)}{\partial \tilde{\underline{r}}_s} \right) \quad (5.10)$$

sendo portanto $\Psi(\tilde{\underline{r}}_s) = \text{diag}\{\psi(\tilde{r}_{s_1}), \psi(\tilde{r}_{s_2}), \dots, \psi(\tilde{r}_{s_m})\}$ uma matriz diagonal. A definição expressa em (5.10) transforma a Eq. (5.5) em:

$$-\xi \cdot H^T(\hat{\underline{x}}) \cdot \hat{\Omega}^{-1} \cdot R^{-1/2} \cdot \Psi(\tilde{\underline{r}}_s) \cdot \hat{\Omega}^2 \cdot e = \underline{0} \quad (5.11)$$

O uso da propriedade de comutatividade de matrizes diagonais e a garantia de que $\xi \neq 0$, faz esta última equação assumir a forma:

$$H^T(\hat{\underline{x}}) \cdot \hat{\Omega} \cdot R^{-1/2} \cdot \Psi(\tilde{\underline{r}}_s) \cdot e = \underline{0} \quad (5.12)$$

A definição de $\widetilde{R}_s = \text{diag}\{\tilde{r}_{s_1}, \tilde{r}_{s_2}, \dots, \tilde{r}_{s_m}\}$, permite escrever a Eq. (5.12) como:

$$H^T(\hat{\underline{x}}) \cdot \hat{\Omega} \cdot R^{-1/2} \cdot \Psi(\tilde{\underline{r}}_s) \cdot \widetilde{R}_s^{-1} \cdot \widetilde{R}_s \cdot e = \underline{0} \quad (5.13)$$

que reescrita transforma-se em:

$$H^T(\hat{\underline{x}}) \cdot \hat{\Omega} \cdot R^{-1/2} \cdot Q(\tilde{\underline{r}}_s) \cdot \tilde{\underline{r}}_s = \underline{0} \quad (5.14)$$

onde:

$$Q(\tilde{\underline{r}}_s) = \Psi(\tilde{\underline{r}}_s) \cdot \widetilde{R}_s^{-1} \quad (5.15)$$

Substituindo a expressão (5.6) na Eq. (5.14), tem-se:

$$H^T(\hat{\underline{x}}) \cdot R^{-1} \cdot Q(\tilde{\underline{r}}_s) \cdot (\underline{z} - h(\hat{\underline{x}})) = \underline{0} \quad (5.16)$$

onde:

$$h(\hat{\underline{x}}) = h(\hat{\underline{x}}^k) + H(\hat{\underline{x}}^k) \cdot \underline{\Delta}x \quad (5.17)$$

Assim, a Eq. (5.16), resulta:

$$H^T(\underline{\hat{x}}).R^{-1}.Q(\underline{\hat{r}}_s).(\underline{z} - h(\underline{\hat{x}}^k) - H(\underline{\hat{x}}^k).\underline{\Delta x}) = \underline{0} \quad (5.18)$$

Finalmente, desenvolvendo a Eq. (5.18), obtém-se:

$$H^T(\underline{\hat{x}}^k).R^{-1}.Q(\underline{\hat{r}}_s^k).H(\underline{\hat{x}}^k).\underline{\Delta x} = H^T(\underline{\hat{x}}^k).R^{-1}.Q(\underline{\hat{r}}_s^k).\underline{\Delta z} \quad (5.19)$$

onde:

$$\underline{\Delta z} = \underline{z} - h(\underline{\hat{x}}^k) \quad (5.20)$$

A solução do sistema de equações representado em (5.19) é obtida através de um método iterativo do tipo:

$$\underline{x}^{k+1} = \underline{x}^k + \underline{\Delta x}^k \quad (5.21)$$

onde \underline{x}^k é o vetor de estimativas corrente e $\underline{\Delta x}^k$ é o vetor de correções obtido da solução da Eq. (5.19) que em cada iteração minimiza a função-objetivo expressa na Eq. (5.2).

A Eq. (5.19) é equivalente a obter a solução do seguinte sistema de equações redundantes:

$$A.\underline{\Delta x} \approx \underline{\Delta y} \quad (5.22)$$

onde:

$$A = R^{-1/2}.Q(\underline{\hat{r}}_s^k)^{1/2}.H(\underline{\hat{x}}^k) \quad (5.23)$$

e

$$\underline{\Delta y} = R^{-1/2}.Q(\underline{\hat{r}}_s^k)^{1/2}.\underline{\Delta z} \quad (5.24)$$

A menos da presença da matriz de pesos associados aos resíduos, $Q(\tilde{r}_s^k)$, que é variável a cada iteração, o algoritmo de estimação de estados descrito pelo conjunto de equações (5.2) a (5.20) é exatamente o algoritmo MQP apresentado no Capítulo 2.

5.3.2 Tratamento de Medidas Caracterizadas como Pontos de Alavancamento

A estratégia utilizada para preservar a influência dos pontos de alavancamento válidos no processo de estimação é a seguinte. Próximo à solução do problema de estimação, os pontos de alavancamento válidos, por definição, apresentam resíduos que se enquadram no segmento quadrático do estimador. Assim, os pesos atribuídos a estas medidas sofrem cancelamentos, conforme pode ser constatado na Eq. (5.15), pois neste caso, $\psi(\tilde{r}_{s_i}) = \tilde{r}_{s_i}$. Esta estratégia, além de melhorar a precisão nos resultados, diminui o risco de se configurar conjuntos, pares ou medidas críticas [53] que resultariam de eliminações indevidas de medidas. Já os pontos de alavancamento contaminados com erros grosseiros, que no método MQRDI apresentam valores de resíduos maiores que os pontos de transição usados nas funções-custo não-quadráticas, são naturalmente excluídos do processo de estimação assim como qualquer outro tipo de medida que seja errônea.

Em geral, o método MQRDI não apresenta dificuldades de convergência se [25], [7]:

1o.) A função $\psi(\cdot)$ é contínua com primeira derivada definida e contínua numa vizinhança próxima à solução do problema;

2o.) A função $\psi(\cdot)$ é monotônica.

A utilização de estimadores do tipo QCA, QC e QRQ (Capítulo 3 - Seção 3.4.1) deve ser cercada de alguns cuidados. Dependendo da aplicação, além dos problemas de convergência mencionados, estes estimadores tendem a obter uma solução de mínimo local [37] em face da não-convexidade das funções-custo correspondentes. Os estimadores QCA e QC são muito sensíveis em relação aos valores utilizados na inicialização das variáveis de estado.

Em geral, o algoritmo MQRDI exige entre 3 a 6 iterações para atingir a convergência. Por outro lado, a grande diferença entre os valores resultantes nas ponderações aplicadas às medidas numa dada iteração pode representar dificuldades numéricas para o método de solução utilizado [20] , [8] , [45] no estimador. Para contornar esta dificuldade e outras que serão abordadas na próxima seção, resolve-se o sistema de equações representado na Eq. (5.19) através do método ortogonal baseado em rotações de Givens, dotado de um esquema especial de ordenação de linhas e colunas [58] . As principais características do método ortogonal utilizado estão descritas na próxima seção.

5.4 Estimadores MQRDI Ortogonais Baseados em Rotações de Givens

A utilização de métodos ortogonais para resolver sistemas de equações onde a matriz de coeficientes tende a ser numericamente mal-condicionada é bem documentada [8] , [18] , [21] . Em EESP, o uso de transformações ortogonais baseadas em rotações de Givens é bem difundido [54] , [58] , [59] . O principal atrativo para a utilização do método ortogonal seqüencial baseado em rotações de Givens é que a estrutura do problema de EESP está organizada por linhas. O sistema de equações redundantes descritas em (5.19) indica que a diferença em valor das ponderações aplicadas às medidas, traduzidas pela matriz de pe-

os $Q(\tilde{\underline{x}}_s^k)$, pode representar sérias dificuldades numéricas para o método de solução baseado na equação normal de Gauss. Esta última característica é amplamente explorada na implementação do método MQRDI, conforme é descrito em seguida. Outro atrativo presente no método ortogonal baseado em rotações de Givens, e que é usado em combinação com o método MQRDI, refere-se ao processo de eliminação de medidas que apresentam valores de resíduos inaceitáveis. Esta última característica é inerente à formulação do método ortogonal considerado e é melhor esclarecido a seguir.

5.4.1 Equações Básicas do Método Ortogonal Baseado em Rotações de Givens

Tendo por base as propriedades de ortogonalidade de matrizes, i.é, $P^t.P = P.P^t = I$ (onde I é a matriz identidade) e na invariabilidade da norma Euclidiana quando uma matriz ortogonal é aplicada a um vetor, i.é, $\|P.\underline{y}\| = \|\underline{y}\|$, é possível estabelecer as seguintes equações [18] , [55] , [54] :

$$\|P.(A.\Delta\underline{x})\| = \|A.\Delta\underline{x}\| \quad (5.25)$$

e

$$\|P.(\Delta\underline{y})\| = \|\Delta\underline{y}\| \quad (5.26)$$

Seja P definida de forma a triangularizar a matriz Jacobiano ponderada, ou seja, $P.A = T$ e $P.\Delta\underline{y} = T_y$, onde:

$$T = \begin{bmatrix} T_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

e

$$T_y = \begin{bmatrix} \underline{\Delta y'} \\ \underline{\Delta y''} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Na Eq. (5.27) T_n é uma matriz $n \times n$ triangular superior e 0 é uma matriz nula de dimensão $(m - n) \times n$. Similarmente, $\underline{\Delta y'}$ e $\underline{\Delta y''}$ na Eq. (5.28) são vetores de dimensão n e $(m - n)$, respectivamente. A partir das definições acima, verifica-se facilmente que a solução da Eq. (5.22) pode ser obtida através da substituição inversa representada na Eq. (5.29):

$$T_n \cdot \underline{\Delta x} = \underline{\Delta y'} \quad (5.29)$$

5.4.2 Aspectos Relevantes de Solução via Rotações de Givens

Após a realização de simulações mais dedicadas, a proposta inicial defendida em [46], de combinar a versão rápida das rotações de Givens baseadas em dois multiplicadores [58] com o método MQRDI, mostrou-se menos atrativa que a versão rápida das rotações de Givens baseadas em três multiplicadores. Em EESP, o número de operações algébricas necessárias para realizar as rotações de uma linha da matriz Jacobiana através das versões rápidas do método de Givens com dois e três multiplicadores [55], [54], sob o ponto de vista computacional, apresenta alguns aspectos que devem ser considerados:

a) a versão rápida das rotações de Givens com três multiplicadores é intrinsecamente estável, ao contrário da versão com dois multiplicadores que exige o monitoramento de parâmetros para assegurar a estabilidade numérica. Consequentemente, um “overhead” não desprezível é necessário para gerenciar esse problema;

b) a matriz triangular superior resultante de rotações sucessivas, Eq. (5.29), na versão com três multiplicadores é *unitária* (isto é, seus elementos diagonais são iguais à unidade), o que propicia uma solução subsequente por substituição inversa mais eficiente.

A proposta de ordenar linhas e colunas da matriz Jacobiana feita em [58] foi adotada na implementação de estimadores do tipo MQRDI e MQRDI-DR através de rotações de Givens com três multiplicadores.

Resumidamente, as principais vantagens de se utilizar as rotações de Givens na solução do método MQRDI e MQRDI-DR são duas:

A primeira é de ordem estritamente numérica, uma vez que a variação dos fatores de ponderação aplicados às medidas pode representar problemas numéricos para os métodos tradicionalmente utilizados na solução de problemas de mínimos quadrados [20] , [8] . Em tais circunstâncias, vários trabalhos [18] , [55] , [54] , [58] demonstram que o uso de métodos ortogonais apresentam desempenho numérico superior.

A segunda vantagem, ainda não mencionada refere-se à característica intrínseca do método de Givens de se permitir eliminar uma dada medida numa certa iteração e resgatá-la em iterações subseqüentes [50] . Esta última característica do método de Givens é melhor observada a partir do exemplo numérico mostrado na próxima seção.

5.5 O Problema do Uso de Funções-Custo Não-Convexas

A utilização de funções-custo não-convexas exige uma inicialização de variáveis de estado muito próxima do ponto de solução (mínimo global) do processo de estimação considerado, o que costuma ser chamado de *partida robusta* do processo iterativo [37] . Em EESP, assim como em estudos de fluxo de potência, a inicialização de variáveis no início do processo iterativo geralmente é feita a partir do perfil plano de tensões já que este ponto é con-

siderado suficientemente próximo da solução final, [52] , [24] . A partir do exemplo numérico apresentado em seguida, além de mostrar a operacionalização do método MQRDI, enfatiza-se o problema do uso de estimadores que utilizam funções-custo não-convexas. Nesta última condição, demonstra-se que no início do processo iterativo a inicialização dos estados pode favorecer a obtenção de múltiplas soluções [37] .

5.5.1 Sistema Exemplo

Os resultados mostrados a seguir foram obtidos a partir do perfil plano de tensões, mantendo-se constante a matriz Jacobiano a partir da segunda iteração. Às medidas simuladas adicionam-se ruídos em torno de $\pm 3\sigma$ sendo que as medidas errôneas são, em geral, da ordem de 20 vezes o desvio-padrão (σ) das medidas. As medidas consideradas estão codificadas da seguinte maneira: Tensão (V_k); Injeções de potência Ativa (P_k) e Reativa (Q_k); Fluxos de potência Ativa (T_{i-j} ou T_{j-i}) e Reativa (U_{i-j} ou U_{j-i}), sendo que os índices i , j e k representam o número das barras às quais as medidas estão associadas.

No sistema exemplo IEEE-3 barras mostrado na Fig. 5.1, a linha que conecta as barras 1 e 2 apresenta um comprimento 20 vezes menor que o comprimento das linhas existentes entre as barras 1-3 e 2-3. As impedâncias das linhas 1-3 e 2-3 são ambas iguais a $0.015 + j0.2$ pu, enquanto que a impedância da linha 1-2 é igual a $j0.01$. As susceptâncias *shunt* (valor total) de todas as linhas são iguais a 0.04 pu. As cargas em pu são $S_2 = (.30 + j .12)$ pu e $S_3 = (1.2 + j .15)$ pu. Onde houver indicação de medidas, subentende-se leitura de *fluxos* ou *injeções de potência ativa e reativa*. As medidas de tensão são coletadas em todas as barras.

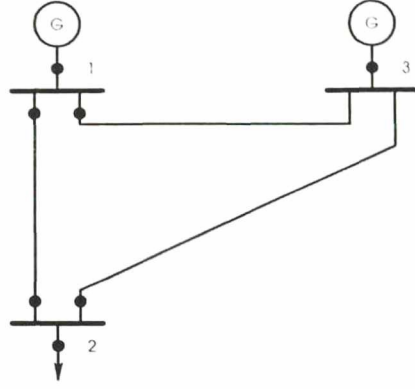


Fig. 5.1 Sistema Exemplo: IEEE-3 Barras

5.5.2 Resultados Numéricos

Os erros grosseiros simulados ($\approx 20\sigma$) em medidas classificadas como pontos de alavancamento tais como as medidas de fluxo de potência T_{2-1} (ativa), injeção de potência P_2 (ativa) e a medida de tensão V_2 indicadas na Fig. 5.1, resultam os valores presentes na Tabela 5.5 e Tabela 5.6 que são igualmente considerados em [48]. Portanto, as medidas T_{2-1} e P_2 são medidas classificadas como *pontos de alavancamento ruins*.

A Tabela 5.5 mostra que a inicialização dos estados, antes de partir o processo iterativo, é decisiva no desempenho de estimadores que possuem a função $\rho(\cdot)$ não-convexa. Os estimadores QCA e QC convergem para uma solução de mínimo local. Apesar da resposta do estimador QRQ neste caso apresentar-se satisfatória, ele também está sujeito ao mesmo tipo de problema de múltiplas soluções. Somente o estimador QT é confiável e robusto neste sentido por causa da monotonicidade da função $\psi(\cdot)$ e da convexidade da função-custo [25].

A Tabela 5.6 permite comparar as estimativas obtidas a partir de cada estimador considerado. O estimador MQP, cuja rotina de identificação de erros grosseiros baseia-se no método \hat{b} [42], não consegue identificar as medidas simuladas como errôneas, apesar de detectar a existência delas. A soma ponderada dos quadrados dos resíduos (SPQR) resultante, indicada na Tabela 5.5, comprova este fato. Esta falha de identificação ocorre porque

Tabela 5.5: Sistema Exemplo: Valores dos Estados

Medida	Real	MQP	QCA	QC	QRQ	QT
V_1	1.050	1.058	1.251	1.068	1.049	1.049
V_2	1.000	1.013	1.209	1.019	1.000	1.000
V_3	0.998	1.005	1.205	1.017	.998	.998
δ_1°	.000	.000	.000	.000	.000	.000
δ_2°	-0.47	-.418	-.328	-.450	-.474	-.471
δ_3°	-6.92	-7.03	-6.45	-6.59	-6.83	-6.81
Iter.	2	3	4	5	4	4
SPQR		696.3	.6764	5.944	5.120	5.982

o referido método de identificação de erros grosseiros não é robusto contra erros grosseiros existentes em medidas definidas como pontos de alavancamento [40] , [35] . Os estimadores QCA e QC apresentam resultados incoerentes causados pela solução de mínimo local e os estimadores QRQ e QT apresentam estimativas absolutamente corretas.

A Tabela 5.6 também apresenta uma coluna contendo o quadrado dos resíduos ponderados (QRP) obtidos a partir dos estimadores QRQ e QT. Deve-se enfatizar que após a convergência do processo iterativo, o resíduo correspondente a cada medida é ponderado levando-se em conta somente o respectivo desvio-padrão. Os resíduos assim ponderados indicam as medidas com erros grosseiros sem nenhum esforço computacional adicional, conforme está indicado nessa tabela.

A Tabela 5.7 mostra o quadro evolutivo dos pesos aplicados às medidas em cada iteração, considerando o mesmo exemplo apresentado anteriormente. O estimador usado na primeira iteração é o de MQP. A partir da segunda iteração utiliza-se o estimador quadrático-tangente (QT). Esta estratégia permite contornar os efeitos de linearização imposta à solução do estimador na primeira iteração e partir o estimador robusto (QT) num ponto mais próximo da solução final do problema de estimação.

Tabela 5.6: Sistema Exemplo: Valores Estimados

Medida	Valores		Valores Estimados					QRP: $(\frac{r_i}{\sigma_i})^2$	
	Real	Medido	MQP	QCA	QC	QRQ	QT	QRQ	QT
V ₁	1.050	1.050	1.059	1.251	1.068	1.050	1.050	.0322	.0706
V ₂	1.000	1.028	1.013	1.209	1.019	1.000	1.000	⇒ 390.	401. ⇐
V ₃	.9980	.9976	1.005	1.205	1.017	.9981	.9980	.124	.0658
T ₁₋₂ ^(*)	.8605	.8702	.7823	.8684	.8558	.8685	.8625	.0166	.332
T ₂₋₁ ^(*)	-.8605	-.8668	-.7823	-.8684	-.8558	-.8685	-.8625	.0163	.103
T ₁₋₃	.6509	.6412	.6723	.8665	.6435	.6423	.6401	.828E-02	.859E-02
T ₂₋₃	.5605	.5517	.5884	.7773	.5544	.5525	.5504	.444E-02	.0129
U ₁₋₂ ^(*)	5.231	5.139	4.887	5.163	5.257	5.168	5.195	.298	1.14
U ₂₋₁ ^(*)	-5.016	-5.037	-4.710	-5.046	-5.050	-4.959	-4.983	2.36	1.11
U ₁₋₃	.2402	.2373	.2536	.2382	.2375	.2379	.2378	.378E-02	.312E-02
U ₂₋₃	-.0205	-.0204	.0085	-.0197	-.0241	-.0197	-.0210	.516E-02	.356E-02
P ₁ ^(*)	1.511	1.448	1.455	1.735	1.499	1.511	1.503	12.5	9.47
P ₂ ^(*)	-.3000	-.0909	-.1939	-.0911	-.3013	-.3160	-.3121	⇒ 463.	448. ⇐
P ₃	-1.200	-1.184	-1.249	-1.630	-1.187	-1.184	-1.180	.115E-02	.0919
Q ₁ ^(*)	5.472	5.437	5.141	5.401	5.494	5.406	5.433	.321	.537E-02
Q ₂ ^(*)	-5.037	-4.025	-4.701	-5.066	-5.074	-4.978	-5.004	⇒ 355.	375. ⇐
Q ₃	-.1500	-.1495	-.1835	-.1492	-.1547	-.1520	-.1515	.062	.0396

(*)Pontos de alavancamento

Tabela 5.7: Matriz Q

Estimador	MQP	QT		
Iteração	1 ^a .	2 ^a .	3 ^a .	4 ^a .
V ₁	1.000	1.000	.546	.865
V ₂	1.000	1.000	.255	.000
V ₃	1.000	1.000	.895	1.000
T ₁₋₂ ^(*)	1.000	1.000	1.000	1.000
T ₂₋₁ ^(*)	1.000	1.000	1.000	1.000
T ₁₋₃	1.000	1.000	1.000	1.000
T ₂₋₃	1.000	1.000	1.000	1.000
U ₁₋₂ ^(*)	1.000	.536	.109	.073
U ₂₋₁ ^(*)	1.000	.419	.088	.058
U ₁₋₃	1.000	1.000	1.000	1.000
U ₂₋₃	1.000	1.000	1.000	1.000
P ₁ ^(*)	1.000	.055	1.000	1.000
P ₂ ^(*)	1.000	.006	.000	.000
P ₃	1.000	1.000	1.000	1.000
Q ₁ ^(*)	1.000	1.000	.354	.220
Q ₂ ^(*)	1.000	.154	.038	.000
Q ₃	1.000	1.000	1.000	1.000

Na Tabela 5.7 pode-se observar que a partir da 2^a. iteração, as medidas com erros grosseiros são subponderadas drasticamente. Observa-se também que as medidas que são correlacionadas às medidas que contêm erros grosseiros são igualmente subponderadas. As medidas de fluxo reativo U_{1-2} e U_{2-1} são quase que excluídas do processo de estimação por causa da correlação com as medidas de tensão V_2 e injeção de potência reativa Q_2 . Deve-se ressaltar a capacidade do estimador do tipo MQRDI de resgatar a influência de medidas que tenha sido diminuída ou excluída em iterações anteriores àquela do ponto de solução do problema (veja os pesos atribuídos à medida de tensão V_1 e V_3 nas 3^a. e 4^a. iterações). Condições mais favoráveis para se utilizar o estimador MQRDI são proporcionadas pela sua versão desacoplada rápida, que é desenvolvida em seguida.

5.6 Estimadores MQRDI Desacoplados Rápidos (MQRDI-DR)

A função de estimar o estado real de um sistema de potência requer do estimador algumas características de desempenho que sejam compatíveis para uso em tempo real. O algoritmo proposto para esta finalidade deve considerar, entre outros, os seguintes [3] :

- a) velocidade de execução;
- b) robustez numérica (capacidade de operar inúmeras configurações da rede e conjuntos de medidas);
- c) robustez estatística ou processamento confiável de medidas com erros grosseiros.

Para atender as exigências postuladas acima, várias propostas de estimadores de estado desacoplados rápidos são encontrados na literatura [17] , [26] , [3] , [4] , [44] .

Além das vantagens bem conhecidas do uso de estimadores desacoplados rápidos nos modernos centros de controle [3] , um dos objetivos da presente pesquisa é mostrar as consequências do desacoplamento ativo e reativo sobre o cálculo e a identificação de medidas definidas como pontos de alavancamento. Em seguida, desenvolve-se o método de mínimos quadrados com rescalonamento dinâmico iterativo na sua versão desacoplada rápida (MQRDI-DR), considerando os algoritmos *primal* e *dual* usados em [44] . Esta última abordagem permite definir a melhor estratégia para resolver iterativamente os estimadores do tipo MQRDI. Finalmente, apresentam-se as vantagens de aplicação do método sequencial baseado em rotações de Givens para solução de estimadores do tipo MQRDI-DR.

5.7 Influência do Algoritmo Desacoplado Rápido no Cálculo de Pontos de Alavancamento

Uma primeira consequência de uso de algoritmos desacoplados rápidos em estimadores do tipo MQRDI recai sobre o esforço computacional necessário para calcular, numa primeira fase, os índices de estatística de projeção [35]. Na versão não-desacoplada, as operações exigidas no cálculo desses índices requer um esforço computacional nada desprezível, apesar da natureza esparsa da matriz Jacobiana, $H_{m \times n}$ ⁸. Por outro lado, o algoritmo desacoplado rápido conduz à obtenção de índices de projeção que são processados a partir de matrizes Jacobianas do tipo: $H_{m_a \times N-1}$ e $H_{m_r \times N}$, referentes às partes ativa (com m_a medidas) e reativa (com m_r medidas), respectivamente. Esta última abordagem reduz significativamente o número de operações algébricas no processo de cálculo e identificação de pontos de alavancamento. No entanto, a principal consequência do desacoplamento dos subproblemas ativo e reativo é a redução que ocorre no número de medidas classificadas como pontos de alavancamento. Na abordagem não-desacoplada, o cálculo de projeções de medidas do subproblema $p - \delta$ sobre medidas do subproblema $q - v$, e vice-versa, faz surgir novas medidas classificadas como pontos de alavancamento, enquanto que na abordagem desacoplada, em que os subproblemas $p - \delta$ e $q - v$ são resolvidos separadamente, o número de pontos de alavancamento reduz-se substancialmente.

No Capítulo 6, apresenta-se um quadro comparativo que permite confrontar os números de medidas classificadas como pontos de alavancamento obtidos através das abordagens não-desacoplada e desacoplada. O quadro comparativo considera todos os sistemas-teste usados para validar os estimadores de estados investigados neste trabalho.

⁸Os índices de estatística de projeção são obtidos a partir de operações realizadas no espaço fator formado por todas as linhas da matriz Jacobiana, conforme está descrito na Seção 3.3.

Como resultado do desacoplamento dos subproblemas ativo e reativo, o sistema exemplo de três barras usado na Seção 5.5 não apresenta nenhuma medida classificada como ponto de alavancamento, enquanto que no caso não-desacoplado existem 8 medidas classificadas como tal, conforme indicado na Tabela 5.6 e Tabela 5.7.

5.8 Formulação do Problema de EESP pelo Método MQRDI-DR

A formulação do problema de estimação de estados pelo método de mínimos quadrados desacoplado rápido com rescalonamento dinâmico iterativo (MQRI-DR) considera o seguinte modelo de medição:

$$\underline{z}_a = \underline{h}_a(\underline{x}_a) + \underline{\eta}_a \quad (5.30)$$

$$\underline{z}_r = \underline{h}_r(\underline{x}_r) + \underline{\eta}_r \quad (5.31)$$

onde:

\underline{z}_a e \underline{z}_r : vetores de dimensões $(m_a \times 1)$ e $(m_r \times 1)$, que contém medidas correspondentes aos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$, respectivamente;

$\underline{h}_a(\cdot)$ e $\underline{h}_r(\cdot)$: vetores que representam funções não-lineares que relacionam as medidas correspondentes aos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$ e as variáveis de estados δ e v , respectivamente;

\underline{x}_a e \underline{x}_r : vetores de estados isentos de erros, cujas dimensões são $((N - 1) \times 1)$ e $(N \times 1)$, correspondentes aos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$, respectivamente;

$\underline{\eta}_a$ e $\underline{\eta}_r$: vetores de erros correspondentes aos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$, respectivamente;

m_a e m_r : número de medidas dos planos de medição $p - \delta$ e $q - v$, respectivamente;

N : número de barras.

As funções-custo consideradas são representadas pelas equações (5.32) e (5.33) abaixo, e correspondem aos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$, respectivamente.

$$J_a(\hat{x}_a) = \underline{\omega}_a^t \cdot \rho[\underline{z}_a - h_a(\hat{x}_a)] \cdot \underline{\omega}_a \quad (5.32)$$

$$J_r(\hat{x}_r) = \underline{\omega}_r^t \cdot \rho[\underline{z}_r - h_r(\hat{x}_r)] \cdot \underline{\omega}_r \quad (5.33)$$

J_a e J_r são minimizadas pelos vetores de estimativas para os estados \hat{x}_a e \hat{x}_r , respectivamente. A função não-linear $\rho[\cdot]$ é baseada em critérios não-quadráticos que, por sua vez, são funções da magnitude dos resíduos. Os vetores de ponderação $\underline{\omega}_a$ e $\underline{\omega}_r$, associados aos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$, respectivamente, incorporam os pesos das medidas classificadas como pontos de alavancamento. Estes fatores de ponderação adicionais baseiam-se nos índices de estatística de projeção, que dependem ainda dos valores numéricos existentes em cada linha das matrizes Jacobiano $\underline{h}_a(\cdot)$ e $\underline{h}_r(\cdot)$ [40] , [35] .

De modo similar à abordagem não-desacoplada, a minimização das funções-custos expressas em (5.32) e (5.33), resulta em:

$$H_a^t(\hat{x}_a^k) \cdot R_a^{-1} \cdot Q_a(\hat{r}_{a_s}^k) \cdot H_a(\hat{x}_a^k) \cdot \Delta \underline{x}_a = H_a^t(\hat{x}_a^k) \cdot R_a^{-1} \cdot Q_a(\hat{r}_{a_s}^k) \cdot \Delta \underline{z}_a \quad (5.34)$$

$$H_r^t(\hat{x}_r^k) \cdot R_r^{-1} \cdot Q_r(\hat{r}_{r_s}^k) \cdot H_r(\hat{x}_r^k) \cdot \Delta \underline{x}_r = H_r^t(\hat{x}_r^k) \cdot R_r^{-1} \cdot Q_r(\hat{r}_{r_s}^k) \cdot \Delta \underline{z}_r \quad (5.35)$$

As matrizes diagonais R_a e R_r correspondem às variâncias dos erros de medição admitidos nos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$, respectivamente. Estas matrizes são formalmente definidas como:

$$R_a = E[\underline{\eta}_a \underline{\eta}_a^t] \quad (5.36)$$

$$R_r = E[\underline{\eta}_r \underline{\eta}_r^t] \quad (5.37)$$

As matrizes Jacobianas H_a e H_r , expressas em (5.34) e (5.35), respectivamente, são definidas através das equações:

$$H_a = \left. \frac{\partial \underline{h}_a}{\partial \underline{x}_a} \right|_{\underline{x}_a = \underline{x}_a^k} \quad (5.38)$$

$$H_r = \left. \frac{\partial \underline{h}_r}{\partial \underline{x}_r} \right|_{\underline{x}_r = \underline{x}_r^k} \quad (5.39)$$

Nas equações (5.34) e (5.35), os fatores de ponderação anteriormente representados em $\underline{\omega}_a$ e $\underline{\omega}_r$, são agora expressos como matrizes diagonais Q_a e Q_r , respectivamente.

As mesmas razões consideradas para o uso de transformações ortogonais seqüenciais na solução de estimadores do tipo MQRDI, justificam a sua aplicação análoga aos estimadores do tipo MQRDI-DR, conforme descrito a seguir.

5.9 Estimadores MQRDI-DR Ortogonais Baseados em Rotações de Givens

Analogamente à Eq. (5.19), os sistemas de equações (5.34) e (5.35) são equivalentes aos seguintes sistemas de equações redundantes:

$$A_a \cdot \Delta \underline{x}_a \approx \Delta \underline{y}_a \quad (5.40)$$

$$A_r \cdot \Delta \underline{x}_r \approx \Delta \underline{y}_r \quad (5.41)$$

onde:

$$A_a = R_a^{-1/2} \cdot Q_a(\tilde{L}_{s_a}^k)^{1/2} \cdot H_a(\hat{x}_a^k) \quad (5.42)$$

$$\Delta \underline{y}_a = R_a^{-1/2} \cdot Q_a(\tilde{L}_{s_a}^k)^{1/2} \cdot \Delta \underline{z}_a \quad (5.43)$$

$$A_r = R_r^{-1/2} \cdot Q_r(\tilde{L}_{s_r}^k)^{1/2} \cdot H_r(\hat{x}_r^k). \quad (5.44)$$

$$\Delta \underline{y}_r = R_r^{-1/2} \cdot Q_r(\tilde{L}_{s_r}^k)^{1/2} \cdot \Delta \underline{z}_r \quad (5.45)$$

As mesmas propriedades matriciais em que se baseiam as transformações ortogonais por rotações de Givens, e que são expressas no conjunto de equações (5.25) a (5.29), podem ser empregadas para resolver os sistemas de equações (5.40) e (5.41), que correspondem ao estimador MQRDI-DR.

São duas as estratégias usadas para resolver o sistemas de equações redundantes expressos em (5.40) e (5.41). Basicamente, o que as diferencia é a ordem em que estes sistemas de equações são resolvidos. Os dois esquemas aqui investigados são descritos em seguida e igualmente implementados para os estimadores MQRDI-DR tal como em [44] .

5.9.1 Método MQRDI-DR: Algoritmo Primal

O estimador MQRDI-DR utiliza o algoritmo *primal* quando o subproblema $p - \delta$ é resolvido antes do subproblema $q - v$. Os passos que sistematizam a solução iterativa da equação (5.40), podem ser assim resumidos:

- i) os $N - 1$ ângulos de barras são inicializados como: $\underline{x}_a^{k=0} = \underline{0}$;

ii) calculam-se as correções angulares através da Eq. (5.40) e atualizam-se os estados correspondentes aos ângulos de barra, i.é: $\underline{x}_a^k = \underline{x}_a^k + \Delta \underline{x}_a^k$;

iii) teste de convergência $p - \delta$: Se $\max |\Delta \underline{x}_a^k| \leq tol_{p-\delta}$ e $\max |\Delta \underline{x}_r^k| \leq tol_{q-v}$, obtém-se a convergência do processo iterativo. Caso contrário, faz-se $k = k + 1$ e compara-se o número de iterações (k) com o número máximo de iterações pré-estabelecido ($k_{máx}$). Se $k \leq k_{máx}$, ir para o passo (iv). Caso contrário, encerrar o processamento;

iv) calculam-se as correções nos módulos de tensão de barras ($\Delta \underline{x}_r^k$) através da equação (5.41). O vetor de estados correspondentes às N tensões nodais é atualizado fazendo: $\underline{x}_r^k = \underline{x}_r^k + \Delta \underline{x}_r^k$;

v) teste de convergência $q - v$: Se $\max |\Delta \underline{x}_r^k| \leq tol_{q-v}$ e $\max |\Delta \underline{x}_a^k| \leq tol_{p-\delta}$, obtém-se a convergência do processo iterativo. Caso contrário, atualiza-se o número de iterações. Se $k \leq k_{máx}$, voltar ao passo (ii). Caso contrário, encerrar o processamento.

5.9.2 Método MQRDI-DR: Algoritmo Dual

Quando o estimador MQRDI-DR utiliza o algoritmo *dual*, o subproblema $q - v$ é resolvido antes do subproblema $p - \delta$. Os passos que resumem a solução da equação (5.41) são:

- i) os N valores de tensões nodais são inicializados como $\underline{x}_r^{k=0} = 1.0$ pu;
- ii) calculam-se as correções nos valores de tensão através da Eq. (5.41) e atualizam-se os estados correspondentes às tensões de barra, i.é: $\underline{x}_r^k = \underline{x}_r^k + \Delta \underline{x}_r^k$;
- iii) teste de convergência $q - v$: Se $\max |\Delta \underline{x}_r^k| \leq tol_{q-v}$ e $\max |\Delta \underline{x}_a^k| \leq tol_{p-\delta}$, obtém-se a convergência do processo iterativo. Caso contrário, atualiza-se o número de iterações. Se $k \leq k_{máx}$, ir para o passo (iv). Caso contrário, encerra-se o processamento;

iv) calculam-se as correções angulares através da equação (5.40). O vetor de estados correspondentes aos ângulos de $N - 1$ barras é atualizado fazendo: $\underline{x}_a^k = \underline{x}_a^{k-1} + \Delta \underline{x}_a^k$;

v) teste de convergência $p - \delta$: Se $\max |\Delta \underline{x}_a^k| \leq tol_{p-\delta}$ e $\max |\Delta \underline{x}_r^k| \leq tol_{q-v}$, obtém-se a convergência do processo iterativo. Caso contrário, atualiza-se o número de iterações. Se $k \leq k_{máx}$, voltar ao passo (ii). Caso contrário, encerrar o processamento.

5.10 Principais Vantagens de Aplicação do Método MQRDI-DR

São três as vantagens de aplicação de algoritmos desacoplados rápidos em estimadores do tipo MQRDI:

A primeira vantagem refere-se às facilidades de ordem computacional, representadas por uma diminuição substancial do número de operações algébricas e significativa redução do número de medidas classificadas como pontos de alavancamento.

A segunda vantagem diz respeito ao fato de se ter uma condição inicial mais favorável para partir o processo iterativo usado na solução do estimador. As condições referidas são oferecidas através do uso dos algoritmos *primal* e *dual* apresentados na seção anterior.

Em consequência das duas primeiras vantagens, o método MQRDI-DR tende a apresentar menores desvios de valores estimados em relação aos valores verdadeiros das medidas.

As seções desenvolvidas em seguida apresentam os detalhes de implementação das rotinas de processamento de erros grosseiros.

5.11 Processamento de Erros Grosseiros para os Estimadores MQRDI e MQRDI-DR

O processamento de erros grosseiros para estimadores do tipo MQRDI nas versões não-desacoplada e desacoplada, basicamente, diferenciam-se pela estratégia usada para iniciar o processo iterativo de solução do estimador. A versão desacoplada oferece condições adequadas para que o algoritmo seja mais efetivo na detecção de medidas com erros grosseiros, conforme se descreve em seguida.

5.11.1 Estratégia para a Detecção de Erros Grosseiros

A primeira condição a ser observada na utilização de estimadores do tipo MQRDI e MQRDI-DR é o estabelecimento de qual iteração a ponderação variável, que presente caso é função dos resíduos de estimação, deve ser usada no processo de solução de tais estimadores. Esta condição restritiva decorre do fato de que a inicialização de variáveis de estado exerce influência decisiva no desempenho global destes estimadores, principalmente quando as funções-custo QCA e QC (ver Tabela 3.4) forem utilizadas. Esta condição afeta o número de iterações, os desvios resultantes nos valores estimados e, principalmente, o desempenho do estimador para a correta identificação de medidas com erros grosseiros. Todos os resultados apresentados neste trabalho, inclusive para os estimadores do tipo convencional, isto é, MQP e MQP-DR, foram obtidos com a condição inicial de partida plana, i. é: $V_i = 1.0$ pu e $\delta_i = 0$ rad.

Os estimadores do tipo MQRDI e MQRDI-DR para serem utilizados necessitam de uma inicialização de variáveis mais próxima dos valores verdadeiros dos estados. Na versão não-desacoplada do estimador MQRDI, esta condição é proporcionada fazendo-se a primeira iteração com o estimador MQP convencional. Portanto, somente a partir da segunda iteração

é que o método MQRDI é usado. Por outro lado, na versão desacoplada, isto é, MQRDI-DR, o método é empregado desde a primeira iteração. Os resultados que mostram o desempenho destes estimadores estão apresentados na Seção 6.4 do capítulo de resultados.

5.11.2 Algoritmo para Detecção e Identificação de Erros Grosseiros

Os estimadores convencionais MQP e MQP-DR utilizam a rotina de processamento de erros grosseiros cujas fases de detecção e identificação baseiam-se no teste Qui-quadrado ($J(\hat{x})$) e no método \hat{b} [42], respectivamente.

A rotina de processamento de erros grosseiros de estimadores robustos do tipo MQRDI e MQRDI-DR baseia-se na eliminação de erros grosseiros possivelmente existentes no decorrer do processo iterativo. Assim sendo, os estados não precisam ser re-estimados e a seguinte rotina de detecção e identificação de erros grosseiros pode ser adotada. Após a convergência do processo iterativo, o resíduo de estimação de cada medida é ponderado pela variância do erro de medição correspondente. O cálculo da soma dos quadrados dos resíduos permite realizar o teste Qui-quadrado ($J(\hat{x})$). Se a presença de erro grosseiro for detectada, a rotina de identificação é acionada. A rotina de identificação faz a ponderação do vetor de resíduos através de um estimador de escala robusto do tipo usado na rotina de identificação de pontos de alavancamento [35], [12]. Após o escalamento robusto dos resíduos, os mesmos são comparados com um limiar de valor adequado para a identificação de medidas errôneas. Um valor de 2.5 é sugerido em [40]; no entanto, outros valores podem ser utilizados.

5.12 Conclusões

As principais conclusões extraídas do presente capítulo são as seguintes:

- a) O método MQRDI, além de apresentar boas propriedades de convergência, permite preservar as medidas definidas como pontos de alavancamento bons no processo de estimação;
- b) Um índice adequado de redundância local de medidas, onde houver erros grosseiros, permite ao método MQRDI eliminar a influência destes últimos sobre os estados obtidos. Consequentemente, não há necessidade de reestimar os estados, e a identificação dos erros grosseiros ocorre sem a exigência de se calcular a matriz de covariância dos resíduos;
- c) Erros grosseiros em medidas definidas como pontos de alavancamento são igualmente identificados e eliminados sem nenhum esforço computacional adicional;
- d) O estimador de Huber, isto é, quadrático-tangente (QT), é o mais robusto entre os estimadores considerados, pois não está sujeito ao problema de soluções de mínimo local. Portanto, este estimador será o único a ser considerado nos demais capítulos;
- e) Neste trabalho, a versão rápida das rotações de Givens com três multiplicadores é adotada como método ortogonal de solução para o estimador MQRDI;
- f) O desacoplamento dos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$ traz como principal vantagem, além daquelas já estabelecidas na literatura, a redução significativa no número de medidas classificadas como pontos de alavancamento.

Capítulo 6

Resultados Numéricos

6.1 Introdução

Este capítulo apresenta todos os resultados de simulação referentes aos métodos de EESP investigados neste trabalho. Basicamente, os resultados apresentados foram obtidos com os estimadores de estados introduzidos nos Capítulos 4 e 5.

Os sistemas usados para testar o desempenho dos referidos estimadores são os seguintes: IEEE-3, 14, 30 e 118 barras, além de um sistema realístico de 340 barras que é baseado no sistema interligado Sul-Sudeste do Brasil. As principais características destes sistemas estão resumidas na Tabela 6.8 mostrada em seguida. Nesta tabela as medidas de fluxo e injeção de potência ativa e reativa são sempre feitas aos pares.

Tabela 6.8: Características dos Sistemas-Teste

Número de Barras	3	14	30	118	340
Número de Linhas	3	20	41	179	494
No. de Medidas de Fluxo	4	23	45	221	580
No. de Medidas de Injeções	3	11	30	65	233
No. de Medidas de Tensão	3	5	30	65	159
Número Total de Medidas	17	73	180	637	1785

Os parâmetros e modelos de linhas de transmissão, transformadores, reatores e capacitores em derivação, geradores e carga, de parte dos sistemas-teste considerados estão mostrados no Apêndice B.

Os resultados são apresentados em três seções, conforme se descreve em seguida.

A Seção 6.2 apresenta um resumo de resultados pertinentes ao cálculo e identificação de medidas classificadas como pontos de alavancamento. Nesta seção, dá-se ênfase ao impacto que o desacoplamento dos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$ causam no número resultante de medidas classificadas como pontos de alavancamento.

A Seção 6.3 mostra alguns resultados obtidos com o estimador de estados apresentado no Capítulo 4. Nesta seção faz-se uma descrição mais detalhada do problema de se trabalhar com estimadores MQP aplicados a um conjunto de planos não-redundantes que são formados pela escolha aleatória de medidas, uma vez respeitadas as restrições de observabilidade. O teste de observabilidade implementado no estimador baseado no método da mínima mediana (MMM) se constitui numa das contribuições deste trabalho. O referido teste utiliza um método de observabilidade topológica [53] que, ao contrário da proposta original [40], não utiliza operações em ponto flutuante e, conseqüentemente, é computacionalmente mais eficiente. Os resultados apresentados nesta seção consideram a versão não-desacoplada do estimador MQP resolvido através de transformações ortogonais baseadas em rotações de Givens [54].

A Seção 6.4 apresenta os resultados obtidos com os estimadores do tipo MQRDI e MQRDI-DR, que se baseiam em critérios não-quadráticos implementados através do algoritmo de Beaton e Tukey [25], conforme é descrito no Capítulo 5. Estes estimadores fornecem estimativas válidas obtidas na presença de medidas contendo erros grosseiros mesmo que estes últimos ocorram em medidas classificadas como pontos de alavancamento. A fase de identificação de erros grosseiros dos estimadores MQRDI e MQRDI-DR dispensa a normalização dos resíduos. A implementação ortogonal de estimadores do tipo MQRDI e das versões desacopladas, através de rotações de Givens, bem como a apresentação de um método de cálculo sistemático de pontos de transição existentes nas funções-custo investigadas, se cons-

tituem em algumas das principais contribuições deste trabalho. Os resultados obtidos com os estimadores MQP e MQP-DR, cuja rotina de identificação de erros grosseiros baseia-se no método \hat{b} [42], servem de base de comparação para avaliar o desempenho dos estimadores MQRDI e MQRDI-DR, respectivamente. Apenas a função-custo *quadrático-tangente* (QT) é considerada na avaliação de desempenho dos métodos MQRDI e MQRDI-DR porque, entre as funções-custo investigadas, é a única que não está sujeito ao problema de mínimo local [37], conforme demonstra-se no Capítulo 5.

Finalmente, a Seção 6.5 apresenta as principais conclusões extraídas das simulações apresentadas neste capítulo.

6.2 Pontos de Alavancamento em Estimadores de Estados Não-Desacoplados e Desacoplados

Nesta seção são apresentados os resultados parciais dos estimadores MQRDI e MQRDI-DR referentes à fase de classificação de medidas como pontos de alavancamento. Especificamente, as matrizes Jacobianas referentes ao sistema-teste IEEE-3 barras, considerando os casos não-desacoplado e desacoplado ($R^{-1/2} \cdot H$ ou $R_{p-\delta}^{-1/2} \cdot H_{p-\delta}$ e $R_{q-v}^{-1/2} \cdot H_{q-v}$, respectivamente) são mostradas com o objetivo de se identificar as linhas dessas matrizes que contêm valores discrepantes em relação às demais.

A Tabela 6.9 mostrada em seguida apresenta a matriz Jacobiana do sistema IEEE-3 barras para o caso não-desacoplado. As duas colunas iniciais referem-se aos estados angulares δ_2 e δ_3 , respectivamente (a barra 1 é tomada como referência angular, isto é, $\delta_1 = 0^\circ$). As demais colunas correspondem aos estados relacionados ao módulo das tensões nodais V_1 , V_2 e V_3 , respectivamente.

Tabela 6.9: Matriz Jacobiana do Estimador MQRDI

V_1			689.4		
V_2				707.4	
V_3					707.6
T_{1-2}	-7531.				
T_{2-1}	7590.				
T_{1-3}		-419.0	31.42		-31.42
T_{2-3}	433.6	-433.6		32.52	-32.52
U_{1-2}			1876.	-1877.	
U_{2-1}			-1937.	1936.	
U_{1-3}		36.29	480.0		-483.9
U_{2-3}	-37.28	37.28		493.1	-497.1
P_1	-5688.	-282.8	21.21		-21.21
P_2	10060.	-476.3	-24.11	35.72	-35.72
P_3	-321.5	642.9	-24.11	-24.11	48.22
Q_1		6.777	1906.	-1817.	-90.37
Q_2	-7.256	7.256	-1946.	2041.	-96.74
Q_3	36.87	-73.75	-491.6	-491.6	975.4

Na matriz Jacobiana (H) observa-se que as linhas que correspondem às medidas de fluxo de potência T_{1-2} e T_{2-1} (ativa), U_{1-2} e U_{2-1} (reativa) e as medidas de injeções de potência P_1 e P_2 (ativa), Q_1 e Q_2 (reativa), apresentam valores que são discrepantes em relação às outras linhas dessa matriz. Isto ocorre porque estas medidas situam-se numa região do sistema em que os parâmetros que modelam o componente linha de transmissão são muito diferentes dos demais parâmetros representativos de outras linhas. A explicação para este fato é que a linha de transmissão onde estão associadas as medidas referidas anteriormente tem um comprimento 20 (vinte) vezes menor que as outras linhas de transmissão do sistema exemplo⁹.

A Tabela 6.10, por outro lado, apresenta as matrizes Jacobianas dos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$, i.é, $H_{p-\delta}$ e H_{q-v} , respectivamente. O estimador implementado é desacoplado no modelo, por isto os valores numéricos existentes nas linhas das matrizes Jacobianas $H_{p-\delta}$ e H_{q-v} apresentam exatamente os mesmos valores numéricos das linhas correspondentes na matriz Jacobiana do caso não-desacoplado.

⁹Ver o Exemplo Numérico do Capítulo 5.

Tabela 6.10: Matrizes Jacobianas do Estimador MQRDI-DR

$$H_{p-\delta} = \begin{matrix} T_{1-2} \\ T_{2-1} \\ T_{1-3} \\ T_{2-3} \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} -7531. & & \\ 7590. & & \\ & -419.0 & \\ 433.6 & -433.6 & \\ -5688. & -282.8 & \\ 10060. & -476.3 & \\ -321.5 & 642.9 & \end{bmatrix}$$

$$H_{q-v} = \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ U_{1-2} \\ U_{2-1} \\ U_{1-3} \\ U_{2-3} \\ Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 689.4 & & & \\ & 707.4 & & \\ & & & 707.6 \\ 1876. & -1877. & & \\ -1937. & 1936. & & \\ 482.7 & & -486.6 & \\ & 495.9 & -499.9 & \\ 1907. & -1817 & -90.87 & \\ -1946. & 2041. & -97.29 & \\ -494.4 & -494.4 & 980.9 & \end{bmatrix}$$

A priori, a única consequência do desacoplamento $p - \delta$ e $q - v$ sobre o cálculo dos pontos de alavancamento recai sobre o esforço computacional dispendido. No entanto, o algoritmo que classifica as medidas como pontos de alavancamento baseia-se na projeção de cada linha da matriz Jacobiana no espaço formado por todas as linhas dessa matriz, conforme foi visto no Capítulo 3. Em consequência, no caso não-desacoplado, o espaço fator formado pelas linhas da matriz Jacobiana considera simultaneamente medidas dos planos $p - \delta$ e $q - v$, enquanto que no caso desacoplado, as projeções de tais medidas são consideradas separadamente. Isto faz com que o número de medidas classificadas como pontos de alavancamento não seja exatamente o mesmo quando os estimadores MQRDI e MQRDI-DR são considerados, como será visto a seguir.

A Tabela 6.11 lista os valores obtidos dos índices de projeção estatística e dos pesos correlatos determinados pela Eq. (7.1) para os sistemas-testes IEEE-3 e 14 barras. Tais parâmetros referem-se às medidas classificadas como pontos de alavancamento e são obtidas

através dos estimadores MQRDI e MQRDI-DR. Também nesta tabela constam duas colunas, para os estimadores não-desacoplados e desacoplados, que contêm os valores obtidos a partir da distribuição Qui-quadrada ($\chi_{\nu,97.5\%}$) e que são utilizados como limiar para a classificação de uma medida como ponto de alavancamento¹⁰. Tabelas semelhantes para os outros sistemas testes usados na validação dos estimadores estudados podem ser encontrados no Apêndice C.

Tabela 6.11: Pontos de Alavancamento em Estimadores de Estados

Sistemas Teste		Não-Desacoplado			Desacoplado		
No. de barras	Medidas	Ep_i	$\chi_{\nu,97.5\%}$	w_i	Ep_i	$\chi_{\nu,97.5\%}$	w_i
IEEE-3	T_{1-2}	229.	9.35	.00167	.870	5.02	1.0000
	T_{2-1}	231.	9.35	.00164	.877	5.02	1.0000
	U_{1-2}	33.9	9.35	.07620	.635	5.02	1.0000
	U_{2-1}	35.0	9.35	.07150	.668	5.02	1.0000
	P_1	173.	12.8	.00545	.592	7.38	1.0000
	P_2	305.	12.8	.00176	1.27	7.38	1.0000
	Q_1	33.5	12.8	.146	3.43	9.35	1.0000
	Q_2	36.0	12.8	.126	3.68	9.35	1.0000
IEEE-14	T_{1-2}	680.	9.35	.00018	1020.	5.02	.00002
	T_{2-1}	690.	9.35	.00018	1030.	5.02	.00002
	T_{5-4}	38.5	11.1	.08330	9.01	9.35	1.0000
	U_{1-2}	238.	9.35	.00154	22.5	7.38	.10700
	U_{2-1}	191.	9.35	.00240	18.0	7.38	.16700
	U_{5-4}	34.8	11.1	.10200	6.19	7.38	1.0000
	P_1	606.	12.8	.00045	905.	7.38	.00006
	P_2	1070.	19.0	.00032	1610.	11.1	.00005
	P_4	54.1	23.3	.16600	12.4	14.4	1.0000
	Q_1	238.	12.8	.00289	22.5	9.35	.17200
	Q_2	203.	19.0	.00879	19.1	12.8	.44700
	Q_4	53.6	23.3	.18900	13.3	14.4	1.0000

A análise dos resultados apresentados na tabela anterior permite concluir que o número de medidas classificadas como pontos de alavancamento produzidos por estimadores do tipo desacoplados tende a diminuir ou desaparecer (este último caso é o que ocorre no sistema teste IEEE-3 barras). No caso não-desacoplado as medidas listadas na tabela apresen-

¹⁰Referencia-se o Capítulo 3 para maiores detalhes.

tam os correspondentes valores de estatística de projeção (Ep_i) maiores que os respectivos limiares ($\chi_{\nu,97.5\%}$). No caso desacoplado, observa-se o efeito contrário.

Por outro lado, os resultados obtidos com o sistema IEEE-14 barras demonstram que as medidas: T_{5-4} , U_{5-4} , P_4 e Q_4 , que são classificadas como pontos de alavancamento pelo estimador não-desacoplado, deixam de ser assim classificadas pelo estimador desacoplado, apesar da correspondente diminuição nos valores de limiar utilizados. A diminuição ocorrida nos valores de limiar usados na classificação de medidas como pontos de alavancamento é causada pelo decréscimo do número de graus de liberdade (ν) aplicada à distribuição Qui-quadrada ($\chi_{\nu,97.5\%}$), que é resultante da abordagem desacoplada presente no estimador de MQRDI-DR.

Outros resultados podem ser vistos na Tabela 6.12 mostrada em seguida, que traz um quadro comparativo entre o número de medidas classificadas como pontos de alavancamento segundo as abordagens de estimadores não-desacoplados e desacoplados.

Tabela 6.12: Número de Pontos de Alavancamento

Estimadores:	a - Não-Desacoplado; b - Desacoplado							
Filtro:	$w_i < 1.0$		$w_i < 0.1$		$w_i < 0.01$		$w_i < 0.001$	
No. Barras	a	b	a	b	a	b	a	b
3	13	0-0	6	0-0	4	0-0	0	0-0
14	17	9-6	9	6-0	8	4-0	4	4-0
30	68	26-27	44	19-24	27	9-14	12	4-4
118	411	60-72	165	12-14	68	4-4	30	1-1
340	1101	230-247	681	120-102	350	47-43	153	19-13

Esta tabela apresenta uma análise sobre o número de medidas classificadas como pontos de alavancamento em função do parâmetro usado como filtro na identificação de tais medidas, Eq. (3.6)¹¹. A coluna b de resultados relativos ao estimador desacoplado rápido considera o número de medidas classificadas como pontos de alavancamento nos planos $p - \delta$

¹¹ A lista de medidas classificadas como pontos de alavancamento apresentadas no Apêndice C foram obtidas considerando o filtro de 10^{-3} .

e $q - v$, nessa ordem, separados por um hífen. As medidas assim indicadas também pertencem ao conjunto correspondente de medidas classificadas como pontos de alavancamento obtidas com o estimador não-desacoplado, independentemente do filtro utilizado.

O estimador MQRDI indica um número maior de medidas classificadas como pontos de alavancamento do que o estimador desacoplado rápido, MQRDI-DR. No entanto, deve-se salientar que podem ocorrer medidas que se situam entre a região onde efetivamente existem pontos de alavancamento e a outra definida pela grande maioria de medidas disponíveis. As medidas que se situam nesta faixa intermediária, quando portadoras de erros grosseiros, podem ou não ser identificadas como errôneas pelo método dos resíduos normalizados. No entanto, os estimadores MQRDI e MQRDI-DR conseguem identificar tais medidas sem nenhuma dificuldade, conforme será mostrado posteriormente.

6.3 Resultados Obtidos com o Estimador Robusto Baseado no Método de Mínima Mediana (MMM)

Nesta seção, apresentam-se os resultados obtidos com o estimador robusto baseado no método de mínima mediana (MMM), que é capaz de contornar os problemas causados por erros grosseiros localizados em quaisquer tipos de medidas, inclusive em medidas classificadas como pontos de alavancamento.

Este estimador obtém estimativas a partir do método MQP que é aplicado a subconjuntos não-redundantes de medidas. Assim sendo, para que o estimador MQP não falhe, uma fração máxima de medidas contaminadas por erros grosseiros, expressa pela Eq. (4.8), deve ser respeitada.

Os subconjuntos não-redundantes são formados por medidas escolhidas aleatoriamente a partir do conjunto completo contendo todas as telemidas disponíveis, incluindo

as medidas com erros grosseiros. Esta primeira fase do estimador de mínima mediana, que se constitui na obtenção de um número adequado de subconjuntos não-redundantes observáveis, pode ser realizada *off line* [40] . Entre os subconjuntos considerados de medidas não-redundantes, ao menos um deverá ser isento de medidas errôneas. Para aumentar as chances disto ocorrer, um número suficiente de subconjuntos, por exemplo, aquele definido pela Eq. (4.10), deve ser avaliado. Entre os subconjuntos considerados, aqueles isentos de medidas com erros grosseiros apresentam os menores valores de mediana obtidos a partir do vetor contendo os valores correspondentes ao quadrado dos resíduos de estimação (*grp*).

A Tabela 6.13 resume os parâmetros de simulação a serem considerados nos sistemas-teste usados neste trabalho. Nesta última tabela, considera-se uma probabilidade de 95% de se obter pelo menos um subconjunto não-redundante contendo apenas medidas corretas, sendo que os parâmetros nela constantes significam: *m* – número de medidas; *n* – número de estados; *f_{máx}* – número máximo de erros grosseiros possíveis de serem processados pelo estimador; *f* – número de erros grosseiros considerados; *ε** – ponto de colapso do estimador; *k* – número de subconjuntos não-redundantes de medidas.

Tabela 6.13: Parâmetros de Simulação do Estimador de Mínima Mediana

Sistemas Teste	Probabilidade Considerada: 95 %					
No. de barras	m	n	f _{máx}	f	ε*	2 <i>k</i>
3	17	5	6	3	.17647	12
14	73	27	23	3	.04109	16
30	180	59	60	3	.00167	14
118	637	235	201	3	.00047	16
340	1785	679	553	3	.00016	16

A análise dos parâmetros de simulação apresentados na Tabela 6.13 indica que o maior obstáculo a ser considerado para a aplicação do estimador de mínima mediana em problemas de EESP consiste na seleção de medidas que formem subconjuntos observáveis. Ape-

sar de serem usadas técnicas mais eficientes baseadas na análise de observabilidade topológica [53], que dispensam operações em ponto flutuante, o custo computacional ainda assim é não-desprezível¹². A tentativa de criar uma lista contendo um número considerável de subconjuntos não-redundantes de medidas e ao mesmo tempo observáveis requer a implementação de um algoritmo que seja capaz de gerar todas as *árvores geradoras observáveis (AGO)* [53] de forma aleatória. Esta proposta não é usada na implementação do estimador baseado no método da mínima mediana, mas é deixada para uma futura etapa de pesquisa neste tema.

Nesta seção, resultados obtidos através dos sistemas-teste IEEE-3, 14, 30 e 118 barras são considerados na avaliação de desempenho do estimador de mínima mediana. A seguir, apresentam-se tais resultados considerando os parâmetros de simulação apresentados na Tabela 6.13.

6.3.1 Sistema-Teste IEEE-3 Barras

A Tabela 6.14, apresentada em seguida, lista o conjunto de planos não-redundantes de medidas considerados na estimação de estados do sistema-teste IEEE-3 barras, cujo plano de medição completo está mostrado no exemplo numérico do Capítulo 5. As medidas simuladas como errôneas são as mesmas consideradas anteriormente, isto é, V_2 , P_2 e Q_2 . Também, nesta tabela, apresentam-se os valores da mediana obtida a partir do vetor que contém o quadrado dos resíduos ponderados de estimação (Med_{qp}) correspondentes a cada plano mínimo de medidas. O subconjunto não-redundante de medidas que apresenta o menor valor de mediana é o escolhido para a obtenção das estimativas corretas.

Dentre os subconjuntos não-redundantes considerados, o sétimo subconjunto da Tabela 6.14 apresenta a menor mediana. A Tabela 6.15 mostra a lista completa de medidas

¹²A proposta original deste estimador [40] considera testes de observabilidade numérica na elaboração da relação de subconjuntos observáveis necessários à filtragem de medidas com erros grosseiros.

Tabela 6.14: Seleção de Planos Não-Redundantes de Medidas

No.	Medidas Seleccionadas					Med _{grp}
1	P_1	P_3	V_3	Q_2	Q_3	6.99697
2	T_{1-2}	P_1	V_1	U_{1-3}	U_{2-3}	1.92218
3	T_{1-2}	T_{2-3}	V_2	Q_1	Q_2	117.079
4	P_1	P_3	V_3	Q_1	Q_2	121.759
5	T_{1-2}	P_1	V_1	U_{1-2}	Q_3	1.39416
6	T_{2-1}	P_2	V_2	V_3	Q_2	210.008
7	P_1	P_3	V_3	U_{1-2}	U_{2-3}	.923955 \Leftarrow
8	T_{1-2}	T_{2-3}	V_3	U_{1-2}	Q_3	1.18189
9	T_{1-3}	P_1	V_3	U_{2-1}	Q_3	1.39870
10	T_{2-1}	P_1	V_1	U_{1-2}	Q_3	1.59438
11	T_{1-3}	P_2	V_2	V_3	U_{1-3}	189.033
12	T_{1-3}	P_2	V_3	U_{1-3}	U_{2-3}	1.77883

que figuram no plano de medição original, a partir do qual os subconjuntos não-redundantes de medidas foram construídos.

Esta tabela contém três colunas relativas a valores de medidas. A primeira lista os valores verdadeiros das medidas; a segunda, corresponde aos valores efetivamente medidos (inclusive aqueles atribuídos às medidas simuladas como errôneas, isto é, V_2 , P_2 e Q_2), e a terceira coluna relaciona os valores estimados obtidos a partir do plano não-redundante que apresenta o menor valor de Med_{grp} (sétimo plano listado na Tabela 6.14). A última coluna mostrada na Tabela 6.15 lista os valores dos resíduos padronizados segundo a Eq. (4.6). Entre os valores de resíduos padronizados, observa-se que aqueles correspondentes às medidas V_2 , P_2 e Q_2 indicam a existência de erros grosseiros em tais medidas, pois: $|r_{s_i}| > 2.5$ [40].

6.3.2 Sistemas-Teste IEEE-14, 30 e 118 Barras

A Tabela 6.16 mostra os resultados de simulação de erros grosseiros em medidas que figuram nos planos de medição dos sistemas-testes IEEE-14, 30 e 118 barras. Entre

Tabela 6.15: IEEE-3 barras: Valores Estimados para as Medidas

No.	Medidas	Valores			
		Reais	Medidos	Estimados	$ r_{s_i} $
1	V_1	1.050	1.050	1.051	.0658
2	V_2	1.000	1.028	1.001	9.718 \Leftarrow
3	V_3	.998	.997	.998	.0000
4	$T_{1-2}^{(*)}$.861	.870	.888	.5372
5	$T_{2-1}^{(*)}$	-.861	-.867	-.888	1.126
6	T_{1-3}	.651	.641	.641	.0857
7	T_{2-3}	.561	.552	.550	.4761
8	$U_{1-2}^{(*)}$	5.23	5.139	5.234	.0000
9	$U_{2-1}^{(*)}$	-5.016	-5.037	-5.019	.4403
10	U_{1-3}	.240	.237	.240	.1862
11	U_{2-3}	-.021	-.020	-.021	.0000
12	$P_1^{(*)}$	1.511	1.448	1.529	.0000
13	$P_2^{(*)}$	-.300	-.091	-.338	11.71 \Leftarrow
14	P_3	-1.200	-1.184	-1.180	.0000
15	$Q_1^{(*)}$	5.472	5.437	5.474	.5746
16	$Q_2^{(*)}$	-5.037	-4.025	-5.039	9.928 \Leftarrow
17	Q_3	-.150	-.149	-.154	.1750

(*) Pontos de alavancamento

parênteses, ao lado da identificação do caso estudado, aparece o número total de planos não-redundantes de medidas utilizados na obtenção dos resultados indicados na tabela.

Os resultados obtidos aplicando-se o estimador MMM no sistema-teste IEEE-14 barras, quando são comparados com os valores correspondentes fornecidos pelo estimador MQP, permitem concluir o seguinte:

- a) no caso 1, as medidas simuladas como errôneas foram todas igualmente identificadas pelo estimador MQP, apesar da medida T_{1-2} ser um ponto de alavancamento;
- b) no caso 2, o estimador MQP não consegue identificar apenas a medida errônea P_2 , enquanto que o estimador MMM apresenta desempenho superior, isto é, identifica corretamente todas as medidas;
- c) no caso 3, apesar das estimativas válidas produzidas pelo estimador MMM, deve-se salientar o número excessivo de planos mínimos observáveis necessários. A simulação de

Tabela 6.16: Resultados do Estimador MMM

Identificação			Valores		
Sistema	Caso	Medidas	Reais	Medidos	Estimados
IEEE-14	1 (10)	$T_{1-2}^{(*)}$	1.154	1.460	1.159
		U_{1-2}	4.402	5.310	4.411
	2 (16)	$T_{2-1}^{(*)}$	-1.131	-.8297	-1.136
		$U_{5-4}^{(*)}$.3908	.1663	.3925
		$P_2^{(*)}$.1830	.3863	.1824
	3 (38)	V_8	1.090	1.120	1.090
		$T_{5-2}^{(*)}$	-.3640	-.1513	-.3649
		T_{10-11}	-.1285	.0731	-.1274
		$U_{5-4}^{(*)}$	-.0338	.1663	-.0323
		P_{13}	-.1350	.0668	-.1364
IEEE-30	4 (14)	$U_{4-6}^{(*)}$	-.0165	.1835	-.0158
		$P_4^{(*)}$	-.0760	.1246	-.0763
		$Q_4^{(*)}$	-.0160	.1840	-.0178
	5 (14)	$U_{6-4}^{(*)}$.0074	.2074	.0067
		$P_6^{(*)}$.0000	.2000	.0009
		$Q_6^{(*)}$.0000	.2000	-.0005
IEEE-118	6 (10)	$T_{115-114}^{(*)}$	-.0104	.1896	-.0105
		$U_{115-114}^{(*)}$	-.0993	.1017	-.1001
	7 (10)	$T_{115-114}^{(*)}$	-.0104	.1896	-.0107
		$U_{115-114}^{(*)}$	-.0993	.1017	-.0998

(*) Pontos de alavancamento

cinco medidas com erros grosseiros entre 73 medidas disponíveis exige um esforço computacional nada desprezível. Por outro lado, o estimador MQP não consegue identificar a medida P_{13} , o que o descredencia em relação às estimativas obtidas.

As simulações de número 4 e 5 realizadas no sistema-teste IEEE-30 barras, têm por objetivo mostrar o efeito de alavancamento existente no ramo que conecta as barras 4 e 6. O estimador MMM filtra com sucesso todos os erros grosseiros. No entanto, apesar do estimador MQP ter obtido estimativas corretas no caso 5, o mesmo não ocorre na caso 4. Neste último, apenas a medida P_4 é identificada corretamente como errônea. O estimador MQP produz *falsos alarmes* nas seguintes medidas: V_6 , U_{6-4} e Q_6 .

No sistema-teste IEEE-118 barras apresentam-se dois estudos contendo as mesmas medidas simuladas com erros grosseiros. A única característica que os diferencia é o índice de redundância local de medidas, que no caso 7 é maior que no caso 6. A situação em que o índice de redundância local de medidas é menor, a elaboração da lista de subconjuntos observáveis e não-redundantes de medidas fica prejudicada, pois a probabilidade de se obter ao menos um plano mínimo de medidas isento de erros grosseiros diminui bastante. Como consequência, dificulta-se o processo de estimação baseado no método da mínima mediana. Por outro lado, a falha de identificação de erros grosseiros produzida pelo estimador MQP nos casos 6 e 7, além de ser explicada pelo índice inadequado de redundância local de medidas, ocorre porque as medidas simuladas com erros grosseiros são pontos de alavancamento.

Uma apreciação final sobre as características e o desempenho do estimador MMM é apresentada na Subseção 6.5.1.

6.4 Resultados Obtidos com Estimadores Robustos do Tipo MQRDI e MQRDI-DR

Esta seção mostra os principais resultados obtidos com os estimadores robustos aqui denominados de métodos MQRDI e MQRDI-DR, que são comparados com os resultados correspondentes obtidos através dos estimadores MQP e MQP-DR, respectivamente. O conjunto de simulações apresentado nesta seção está organizado da seguinte forma. Inicialmente, na Subseção 6.4.1, apresentam-se os resultados que permitem comparar o desempenho do estimador MQRDI frente ao desempenho do estimador MQP. A Subseção 6.4.2 mostra o desempenho de estimadores do tipo MQRDI-DR versus MQP-DR. O estimador MQRDI-DR é avaliado através do desempenho dos algoritmos *primal* (MQRDI-DR_p) e *dual* (MQRDI-DR_d), implementados da mesma forma sugerida em [44]. A simulação de erros grosseiros

tanto pode ocorrer em medidas que são classificadas como pontos de alavancamento quanto em quaisquer outros tipos de medidas. Deve-se salientar que as condições utilizadas para avaliar o desempenho dos estimadores MQRDI e MQRDI-DR frente aos correspondentes estimadores MQP e MQP-DR, são:

- a) O perfil plano de tensões é utilizado como ponto de partida para o estimador;
- b) A matriz Jacobiana é mantida constante a partir da segunda iteração quando o estimador MQP for usado. A rotina de identificação de erros grosseiros, que se baseia em resíduos normalizados [42] , também é acionada a partir da segunda iteração;
- c) O estimador MQRDI só é executado a partir da segunda iteração. A primeira iteração deste último estimador é na realidade executada pelo estimador MQP. O objetivo é oferecer melhores condições de partida no início do processo iterativo do estimador MQRDI;
- d) A simulação de erros grosseiros ocorre onde a redundância local de medidas é adequada. No entanto, com o objetivo de se avaliar as propriedades de convergência do método MQRDI e MQRDI-DR, alguns erros grosseiros foram simulados em condições diferentes das listadas acima.

6.4.1 Desempenho de Estimadores do Tipo MQRDI *versus* MQP

Nesta subseção avaliam-se os resultados obtidos com os estimadores MQRDI frente àqueles fornecidos pelo estimador MQP. Os casos mostrados nas tabelas seguintes consideram todos os sistemas-teste usados neste trabalho e são apresentados em [49] . Além da Tabela 6.17, que mostra os valores estimados de medidas obtidos com os estimadores MQRDI e MPQ, a Tabela 6.18 apresenta os respectivos índices de desempenho.

Os casos 1, 2 e 3 foram simulados no sistema-teste IEEE-14 barras. No primeiro caso, a rotina de identificação de erros grosseiros baseada no método \hat{b} [42] do estimador

Tabela 6.17: Desempenho dos Estimadores: MQRDI versus MQP

Sistemas Teste	Caso No	Erro Gross.	Valores		Estimados	
			Real	Medido	MQP	MQRDI
IEEE-14 barras	1	$T_{1-2}^{(*)}$	1.145	1.460	1.135	1.152
		$U_{1-2}^{(*)}$	4.939	5.949	5.198	4.943
	2	$T_{2-1}^{(*)}$	-1.123	-.8224	-.9240	-1.161
		$U_{5-4}^{(*)}$.1344	.3362	.1369	.1392
		$P_2^{(*)}$.1830	.3863	.3862	.1831
	3	V_8	1.090	1.120	1.119	1.091
		$T_{5-2}^{(*)}$	-.3641	-.1513	-.3635	-.3622
		T_{10-11}	-.1271	.0745	-.1257	-.1261
		$U_{5-4}^{(*)}$.1344	.3362	.0431	.1339
		P_{13}	-.1350	.0668	-.1356	-.1314
IEEE-30 barras	4	$U_{4-6}^{(*)}$	-.0114	.1887	.1882	-.0113
		$P_4^{(*)}$	-.0760	.1246	-.0758	-.0756
		$Q_4^{(*)}$	-.0160	.1840	.1845	-.0156
	5	$U_{4-6}^{(*)}$	-.0114	.1887	.1909	-.0114
		$P_4^{(*)}$	-.0760	.1246	-.0644	-.0771
		$Q_4^{(*)}$	-.0160	.1840	.1818	-.0377
IEEE-118 barras	6	$T_{115-114}$	-.1093	.0919	.0904	-.1089
		$U_{115-114}$.0333	.2334	.2317	.0294
	7	$T_{115-114}$	-.1093	.0919	-.1097	-.1115
		$U_{115-114}$.0333	.2334	.0350	.0325
340 barras	8	$T_{118-72}^{(*)}$	3.085	3.734	3.262	3.087
		$P_{118}^{(*)}$.0000	.2000	.2031	.0019
	9	$P_{72}^{(*)}$	-.4470	-.2279	-.2669	-.4495
		$Q_{72}^{(*)}$	-.2920	-.0836	-.1598	-.2919
	10	$P_{118}^{(*)}$.0000	.2000	-.0092	.0314
		$Q_{118}^{(*)}$.0000	.2000	.1817	.00004
		$U_{118-72}^{(*)}$	-.0050	.1950	.1445	-.0051
	11	$T_{282-250}$.4772	.6988	.6237	.4996
		$T_{282-251}$.4772	.6988	.6237	.5006
		$U_{282-250}$	-.1861	.0173	-.1022	-.1861
		P_{282}	.0000	.2000	.2447	.0046

(*) → Pontos de alavancamento

MQP indica como errônea apenas a medida de fluxo de potência ativa T_{1-2} , enquanto o estimador MQRDI identifica corretamente todas as medidas. No segundo caso, o estimador MQP falha ao apontar incorretamente a medida de injeção de potência ativa P_1 como errônea. Este problema é causado pelo efeito de alavancamento existente no ramo que conecta as barras 1 e 2, cuja reatância é simulada como tendo um valor dez vezes menor que o original. Por outro lado, o estimador MQRDI apresenta estimativas válidas para as medidas porque consegue identificar os erros grosseiros corretamente. No terceiro caso, cinco medidas são simuladas com erros grosseiros, entre as quais T_{5-2} e U_{5-4} , que são pontos de alavancamento. A medida de tensão V_8 não é identificada pelo estimador MQP, enquanto que o estimador MQRDI apresenta um desempenho superior ao desempenho do estimador MQP porque identifica corretamente todas as medidas simuladas com erros grosseiros.

Os casos 4 e 5 foram escolhidos entre as simulações executadas no sistema-teste IEEE-30 barras. No caso 4 considera-se que todas as medidas presentes no processo de estimação são medidas perfeitas, excetuando-se as medidas com erros grosseiros. Por outro lado, no caso 5, adicionam-se erros aleatórios em todas as medidas simuladas. Em ambos os casos o estimador MQP falha por causa do efeito de alavancamento existente no ramo 4-6. Embora a medida de injeção de potência ativa P_4 seja corretamente identificada, as medidas U_{6-4} e Q_6 são identificadas como errôneas ao invés das medidas U_{4-6} e Q_4 , respectivamente. Por sua vez, o estimador de MQRDI estima e identifica corretamente as medidas, independentemente da existência de ruídos nas medidas consideradas no processo de estimação.

Os casos 6 e 7 foram simulados no sistema IEEE-118 barras, sendo que as medidas simuladas com erros grosseiros não são pontos de alavancamento. A redundância local de medidas no caso 6 é menor que no caso 7. Deve-se salientar que o método MQP apresenta correta identificação de erros grosseiros quando a redundância local de medidas é adequada.

No entanto, o estimador MQRDI apresenta desempenho superior porque identifica corretamente todas as medidas com erros grosseiros, independentemente da diferença de índices locais de redundância dos dois casos.

Os casos de 8 a 11 foram simulados no sistema realístico de 340 barras. Novamente, em todos os casos, o estimador MQRDI apresenta desempenho superior ao desempenho do estimador MQP. O mesmo tipo de falso alarme ocorrido anteriormente acontece com o estimador MQP. Por exemplo, no caso 8, a injeção de potência ativa P_{72} é apontada como errônea no lugar da medida P_{118} , enquanto que no caso 9, P_{118} é erroneamente identificada no lugar da medida P_{72} . No caso 10, somente a medida de injeção P_{118} é corretamente identificada pela rotina de identificação de erros grosseiros do estimador MQP. No último caso, o estimador robusto MQRDI apresenta desempenho melhor que o estimador baseado no método MQP, apesar da forte correlação entre as medidas simuladas com erros grosseiros.

A Tabela 6.18 apresenta um quadro comparativo contendo alguns índices de desempenho referentes a todos os casos apresentados na Tabela 6.17. Estes índices permitem comparar os desempenhos dos estimadores MQRDI e MQP, sendo identificados na tabela como segue:

$\chi_{\nu,97.5\%}$: Limiar fornecido pela distribuição Qui-quadrada;

SPQR: Soma Ponderada do Quadrado dos Resíduos;

ITER: Número de Iterações;

EMA: Erro Médio Absoluto;

DPE: Desvios-Padrão dos Erros.

Convém salientar que a coluna contendo o índice SPQR, quando referente ao estimador MQRDI, incorpora o efeito do fator de ponderação $\psi(r_{s_i})/r_{s_i}$, além da ponderação correspondente às variâncias dos erros de medição. Disto resulta a explicação para os baixos

Tabela 6.18: Índices de Desempenho: Estimadores MQP e MQRDI

	Limiar	MQP				MQRDI			
Caso	$\chi_{\nu,97.5\%}$	SPQR	ITER	EMA	DPE	SPQR	ITER	EMA	DPE
1	58.2	307.3	3	.03807	.09428	1.093	3	.03004	.08116
2		4.922	3	.01239	.04564	2.048	3	.00376	.00903
3		12.01	3	.01538	.06191	10.52	8	.00251	.00588
4	140.9	.0205	4	.00449	.02954	.0033	4	.00005	.00012
5		25.39	4	.00627	.02975	7.901	4	.00257	.00709
6	438.4	42.74	4	.00345	.01490	6.227	5	.00478	.01199
7		30.67	4	.00250	.00407	7.884	5	.00411	.00856
8	1166.3	11205.	6	.00278	.03027	150.33	5	.00235	.03843
9		11030.	6	.00329	.03023	149.86	5	.00235	.03840
10		10984.	6	.00347	.03066	43.731	6	.00265	.04555
11		11327.	6	.00318	.03110	45.337	6	.00269	.04574

valores relacionados em todos os casos simulados, pois as medidas que apresentam valores de resíduos acima do valor do ponto de transição adotado são drasticamente subponderadas. O valor de ponto de transição ajustado para o estimador quadrático-tangente é $\beta = 1.345$, quando se considera uma eficiência estatística igual a 95 % [25] .

Comentários adicionais sobre os resultados mostrados nas Tabela 6.17 e Tabela 6.18 serão considerados na Subseção 6.5.2.

6.4.2 Desempenho de Estimadores do Tipo MQRDI-DR versus MQP-DR

Nesta subseção avalia-se o desempenho de estimadores do tipo MQRDI-DR_p e MQRDI-DR_d, cujos resultados são comparados com aqueles correspondentes obtidos com o estimador desacoplado rápido MQP-DR. Os algoritmos *primal* e *dual* dos estimadores MQP-DR e MQRDI-DR apresentam desempenho um pouco diferentes. Por causa disto, ambos algoritmos são investigados. Os casos mostrados nas tabelas que se seguem relacionam todos os sistemas-teste usados neste trabalho e são igualmente considerados em [47] .

A Tabela 6.19, mostrada em seguida, apresenta os resultados obtidos com os estimadores desacoplados rápidos MQP-DR e MQRDI-DR, através dos algoritmos *primal* e *dual* conforme é sugerido em [44].

A análise dos resultados apresentados na Tabela 6.19 permite extrair algumas conclusões relevantes sobre a utilização de estimadores desacoplados rápidos.

Os resultados relativos ao sistema-teste IEEE-14 barras, casos de 1 a 3, revelam que todos os estimadores apresentam bom desempenho. O desempenho do estimador MQP-DR é bastante satisfatório, apesar da simulação de erros grosseiros em medidas classificadas como pontos de alavancamento. Este comportamento pode ser explicado pela tendência de medidas classificadas como pontos de alavancamento se tornarem menos discrepantes quando a abordagem desacoplada rápida é empregada. Neste sentido, muitas destas medidas portadoras de erros grosseiros, antes insensíveis à normalização dos resíduos, agora podem ser detectadas e identificadas. No entanto, a abordagem desacoplada rápida não garante a detecção e identificação de medidas errôneas, quando classificadas como pontos de alavancamento, através do estimador MQP-DR. Este fato pode ser comprovado no casos analisados em seguida.

Os casos 4 e 5 da Tabela 6.19, que se referem ao sistema-teste IEEE-30 barras, apesar do desacoplamento dos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$, demonstram que podem existir medidas classificadas como pontos de alavancamento contaminadas com erros grosseiros que ainda continuam insensíveis à normalização dos resíduos de estimação. Por exemplo, no caso 4, o estimador MQP-DR produz falsos alarmes ao apontar as medidas U_{6-4} e Q_6 como errôneas, no lugar das medidas U_{4-6} e Q_4 , respectivamente. Isto ocorre por causa do efeito de alavancamento presente no ramo que conecta as barras 4 e 6. No caso de número 5, o estimador MQP-DR funciona adequadamente. Por outro lado, em ambos os casos referidos anteriormente, o estimador MQRDI-DR funciona satisfatoriamente.

Tabela 6.19: Resultados de Estimadores Desacoplados Rápidos

Sistemas Teste	Caso No.	Erro Gross.	Valores		MQP-DR		MQRDI-DR	
			Real	Medido	<i>primal</i>	<i>dual</i>	<i>primal</i>	<i>dual</i>
IEEE-14 barras	1	$T_{1-2}^{(*)}$	1.154	1.460	1.161	1.159	1.199	1.198
		U_{1-2}	4.402	5.310	4.396	4.404	4.451	4.443
	2	$T_{2-1}^{(*)}$	-1.131	-.8297	-1.123	-1.141	-1.148	-1.106
		U_{5-4}	-.0338	.1663	-.0301	-.0301	-.0105	-.0238
		$P_2^{(*)}$.1830	.3863	.1916	.1738	.1655	.2084
	3	V_8	1.090	1.120	1.090	1.090	1.093	1.093
		T_{5-2}	-.3640	-.1513	-.3654	-.3654	-.3655	-.3635
		T_{10-11}	-.1285	.0731	-.1278	-.1277	-.1243	-.1243
		U_{5-4}	-.0338	.1663	-.0297	-.0295	-.0263	-.0267
		P_{13}	-.1350	.0668	-.1352	-.1347	-.1133	-.1160
IEEE-30 barras	4	$U_{4-6}^{(*)}$	-.0165	.1835	.1849	.1850	-.0162	-.0164
		$P_4^{(*)}$	-.0760	.1246	-.0743	-.0742	-.0775	-.0776
		$Q_4^{(*)}$	-.0160	.1840	.1824	.1823	-.0153	-.0158
	5	$U_{6-4}^{(*)}$.0074	.2074	.0060	.0060	.0222	.0219
		$P_6^{(*)}$.0000	.2000	.0029	.0031	.0002	.0182
		$Q_6^{(*)}$.0000	.2000	-.0023	-.0017	-.0147	-.0296
IEEE-118 barras	6	$T_{54-56}^{(*)}$	-.0277	.1723	-.0284	-.0282	-.0267	-.0278
		$U_{54-56}^{(*)}$.1479	.3501	.1493	.1483	.1514	.1749
	7	$T_{115-114}$	-.0104	.1896	.1881	.1881	.1881	.1881
		$U_{115-114}$	-.0993	.1017	.1003	.1000	.1001	.0999
340 barras	8	$T_{118-72}^{(*)}$	3.085	3.734	3.269	-	3.102	3.070
		$P_{118}^{(*)}$.0000	.2000	.2000	-	.0127	.0108
	9	$P_{72}^{(*)}$	-.4470	-.2283	-.4384	-	-.4813	-.4551
		$Q_{72}^{(*)}$	-.2920	-.0838	-.3009	-	-.3317	-.3184
	10	$P_{118}^{(*)}$.0000	.2000	.2000	-	.0712	-.0344
		$Q_{118}^{(*)}$.0000	.2000	.2003	-	.0217	-.0111
		$U_{118-72}^{(*)}$	-.0050	.1950	.1946	-	-.0267	-.0161
	11	$T_{282-250}^{(*)}$.4772	.6990	.6991	-	.5021	.4945
		$T_{282-251}^{(*)}$.4772	.6990	.6991	-	.5037	.4937
		$U_{282-250}^{(*)}$	-.1861	.0173	-.1862	-	-.1861	-.1861
		$P_{282}^{(*)}$.0000	.2000	.4488	-	.0514	.0338

(*) → Pontos de alavancamento

Os casos 6 e 7 referem-se ao sistema-teste IEEE-118 barras. O caso 6 apresenta a simulação de erros grosseiros nas medidas de fluxo de potência, T_{54-56} (ativa) e U_{54-56} (reativa), classificadas como pontos de alavancamento. No presente caso, tanto o estimador MQP-DR quanto MQRDI-DR apresentam estimativas corretas para as respectivas medidas. A mesma simulação através do estimador MQP não-desacoplado torna estas medidas insensíveis à normalização dos resíduos. O caso 7 mostra a inoperância dos estimadores MQP-DR e MQRDI-DR frente ao problema causado pela redundância local de medidas. Apesar destas medidas não serem pontos de alavancamento e nem medidas críticas, o índice de redundância usado localmente não é suficiente para sensibilizar as rotinas de detecção de erros grosseiros dos estimadores investigados.

Os casos de 8 a 11 correspondem à parte dos estudos realizados no sistema realístico de 340 barras, que é representativo das Regiões Sul-Sudeste do Brasil. Basicamente, o mesmo comportamento demonstrado pelos estimadores nos casos analisados anteriormente, pode ser observado nos presentes estudos. Por exemplo, nos casos 8 e 10, o efeito de alavancamento existente no ramo que conecta as barras 72 e 118 origina falsos alarmes nas medidas P_{72} (caso 8) e no caso 10 em P_{72} e Q_{72} . No caso 9 o estimador MQP-DR apresenta desempenho satisfatório ao detectar e identificar corretamente os erros grosseiros, enquanto que no caso 11 apenas a medida $U_{282-250}$ é identificada corretamente. Por sua vez, os estimadores MQRDI-DR *primal* e *dual*, apresentam resultados satisfatórios para todos os casos, de 8 a 11. Quadros semelhantes aos apresentados na Tabela 6.18 são mostrados a seguir na Tabela 6.20.

A análise de resultados referentes aos índices de desempenho mostrados na Tabela 6.20, que consideram as versões desacopladas rápidas dos estimadores MQP e MQRDI, permite extrair as seguintes conclusões:

Tabela 6.20: Índices de Desempenho de Estimadores Desacoplados Rápidos

a)	MQP-DR _{primal}					MQP-DR _{dual}				
Caso	SPQR _{p-δ}	SPQR _{q-v}	ITER	EMA	DPE	SPQR _{p-δ}	SPQR _{q-v}	ITER	EMA	DPE
1	1.172	4.344	4.5	.0015	.0021	1.167	4.291	5.0	.0011	.0013
2	.6977	4.425	4.0	.0016	.0023	.7106	4.386	5.0	.0018	.0026
3	1.082	4.409	4.5	.0013	.0016	1.082	4.348	6.0	.0014	.0020
4	3.983	11.78	3.5	.0055	.0296	3.965	11.65	4.0	.0056	.0296
5	3.989	11.82	3.5	.0011	.0011	3.975	11.52	4.0	.0012	.0013
6	40.85	43.08	3.5	.0016	.0024	40.86	42.94	4.5	.0016	.0023
7	47.70	45.24	3.5	.0023	.0113	43.72	45.26	4.0	.0082	.0112
8	296.4	273.8	5.0	.0100	.0379	-	-	-	-	-
9	296.5	275.5	3.5	.0095	.0366	-	-	-	-	-
10	296.5	275.4	3.5	.0101	.0382	-	-	-	-	-
11	292.4	273.9	5.0	.0105	.0399	-	-	-	-	-

b)	MQRDI-DR _{primal}					MQRDI-DR _{dual}				
Caso	SPQR _{p-δ}	SPQR _{q-v}	ITER	EMA	DPE	SPQR _{p-δ}	SPQR _{q-v}	ITER	EMA	DPE
1	.4036	5.184	3.5	.0058	.0142	.4147	5.133	5.0	.0053	.0128
2	.4075	18.60	3.5	.0039	.0069	.0049	15.37	5.0	.0021	.0058
3	56.81	44.45	4.5	.0045	.0069	56.79	44.08	4.5	.0048	.0069
4	.5421	1.988	3.5	.0084	.0041	.8722	1.578	4.0	.0084	.0040
5	2.246	7.998	3.5	.0039	.0022	2.227	9.122	4.0	.0011	.0050
6	36.01	35.92	3.5	.0017	.0027	35.95	37.77	4.0	.0022	.0048
7	38.85	38.07	3.5	.0024	.0114	38.84	40.00	4.0	.0026	.0115
8	233.1	216.7	3.5	.0137	.2084	233.9	218.9	4.0	.0388	.4614
9	233.4	225.6	5.0	.0171	.0557	234.2	225.2	4.5	.0156	.0487
10	233.1	216.7	3.5	.0378	.4621	234.3	217.2	4.0	.0403	.4626
11	231.2	225.3	5.0	.0195	.0703	233.2	225.1	4.5	.0031	.0332

10.) apesar do estimador MQRDI-DR_d permitir usar a função-custo quadrático-tangente (QT) desde a primeira iteração, o número de iterações necessárias para atingir a convergência do algoritmo é maior que o número de iterações exigidas na versão primal deste mesmo estimador, isto é, MQRDI-DR_p. Neste último, a primeira iteração tem que ser realizada através do estimador MQP-DR, pois em caso contrário, corre-se o risco de perder a observabilidade numérica por causa da exclusão de medidas cujos resíduos são maiores que o ponto de transição (β) adotado na função-custo (geralmente, a perda de observabilidade numérica ocorre porque no início do processo iterativo, os estados correlacionados às medidas excluídas estão muito distantes de seus valores corretos);

20.) os estimadores MQP-DR e MQRDI-DR, implementados através do algoritmo *primal*, mostram-se mais eficientes para aplicações em EESP, apesar do estimador MQRDI-DR *dual*, nos casos estudados, ter apresentado menores desvios nos valores estimados.

6.5 Conclusões

Neste capítulo mostram-se os principais resultados de contribuições do presente trabalho. Inicialmente, apresentam-se através de vários exemplos numéricos as causas de falha de identificação de erros grosseiros existentes em medidas classificadas como pontos de alavancamento. O esforço computacional dispendido no cálculo e na classificação de medidas como pontos de alavancamento, em problemas de EESP, não é muito diferente daquele exigido na normalização dos resíduos de estimação. No entanto, ao contrário dos estimadores de estados convencionais, os métodos de estimação robusta de estados apresentados nos capítulos 4 e 5 permitem identificar erros grosseiros existentes em medidas classificadas como pontos de alavancamento. As principais conclusões referentes a cada estimador investigado são apresentadas a seguir.

6.5.1 Estimador Baseado no Método da Mínima Mediana (MMM)

O primeiro estimador robusto de estados, baseado no método da mínima mediana (MMM), trabalha com estimadores MQP aplicados a um conjunto de planos não-redundantes que são formados pela escolha aleatória de medidas, uma vez respeitadas as restrições de observabilidade.

O teste de observabilidade implementado no estimador se constitui numa das contribuições deste trabalho. O referido teste utiliza um método de observabilidade topológica que, ao contrário da proposta original [40], não faz uso de operações em ponto flutuante e, conseqüentemente, é mais eficiente. O estimador baseado no método da mínima mediana, que é implementado através da versão não-desacoplada do estimador MQP, apresenta um desempenho bastante satisfatório, conforme pode ser observado na Tabela 6.16 mostrada na subseção 6.4.1. No entanto, apesar das vantagens de se usar um algoritmo de observabilidade topológica no teste de planos mínimos de medidas, esta tarefa torna-se quase proibitiva em sistemas de grande porte quando se pretende realizá-la em tempo real. Neste trabalho, recomenda-se o uso do estimador MMM como uma referência *off line* para comparação dos resultados obtidos via outros estimadores.

6.5.2 Estimadores Baseados nos Métodos MQRDI e MQRDI-DR

O segundo método robusto, desenvolvido especialmente para contornar o problema causado por erros grosseiros existentes em medidas classificadas como pontos de alavanca-mento, baseia-se no uso de critérios não-quadráticos e é denominado de método de mínimos quadrados com rescalonamento dinâmico iterativo (MQRDI).

Estes estimadores fornecem estimativas válidas inclusive quando obtidas na presença de medidas contendo erros grosseiros, mesmo que estes últimos ocorram em medidas classificadas como pontos de alavancamento.

A representação de medidas classificadas como pontos de alavancamento no modelo de EESP é feita através da atribuição de um fator de ponderação adicional estimado em função do quanto cada medida é posicionalmente discrepante em relação as outras medidas disponíveis.

Uma tentativa natural de reduzir o esforço de cálculo exigido na determinação de medidas classificadas como pontos de alavancamento é a implementação de estimadores robustos desacoplados rápidos, que são designados MQRDI-DR. As consequências do desacoplamento dos subproblemas $p - \delta$ e $q - v$, além da diminuição esperada no esforço computacional, podem ser observadas na Tabela 6.12 apresentadas na Seção 6.2. Este quadro comparativo exhibe, para todos os sistemas-teste usados, uma diminuição significativa no número de medidas que são classificadas como pontos de alavancamento, na hipótese da abordagem desacoplada rápida dos estimadores robustos ser implementada.

A grande diferença entre os valores de ponderação aplicados às medidas com pesos variáveis a cada iteração em função dos resíduos de estimação, como é característica do método MQRDI, traz consigo uma esperada degradação do condicionamento numérico do problema de EESP. Neste sentido, a principal contribuição do presente trabalho consiste em resolver os estimadores MQRDI e MQRDI-DR através de transformações ortogonais baseadas em rotações de Givens. Além da reconhecida robustez numérica do método, a característica natural do método de Givens de processar as medidas sequencialmente permite reduzir ou excluir a influência de medidas (depende da função-custo usada como critério não-quadrático) que apresentam resíduos de estimação inaceitáveis. Medidas que tiveram suas

influências reduzidas ou eliminadas nas primeiras iterações, mas que não contém erros grosseiros, podem ser resgatas em iterações subseqüentes anteriores à convergência do processo iterativo. Estas últimas propriedades do método de Givens podem ser executadas sem a necessidade de refatorar a matriz Jacobiana.

A fase de identificação de erros grosseiros dos estimadores MQRDI e MQRDI-DR dispensa também o cálculo das variâncias dos resíduos, que pode ser bastante oneroso em termos de tempo de processamento. O escalamento robusto [12] dos resíduos de estimação ponderados pelas respectivas variâncias dos erros de medição permite identificar sem dificuldades as medidas errôneas.

A transformação de estimadores existentes baseados no método de mínimos quadrados em estimadores do tipo MQRDI ou MQRDI-DR requer pouco esforço de implementação computacional.

Capítulo 7

Conclusões Gerais e Sugestões para Novos Trabalhos

Nos capítulos anteriores são apresentados dois métodos robustos para resolver o problema de estimação de estados em sistemas de potência. Os estimadores de estados são desenvolvidos especialmente para contornar o problema causado por medidas errôneas e que, simultaneamente, são classificadas como pontos de alavancamento [40] , [35] .

Os métodos desenvolvidos são estatisticamente robustos porque conseguem filtrar erros grosseiros existentes em quaisquer tipos de medidas, inclusive em medidas classificadas como pontos de alavancamento, e são numericamente robustos porque o sistema de equações redundantes inerentes ao problema de mínimos quadrados é resolvido através do método ortogonal de Givens [54] , [58] .

O primeiro estimador robusto baseia-se no método de mínima mediana (MMM) [40] , conforme é descrito no Capítulo 4. A função-custo minimiza os valores de mediana obtidos a partir de sucessivos processos de estimação via mínimos quadrados ponderados (MQP) baseados em conjuntos de medidas não-redundantes, desde que restrições de observabilidade sejam obedecidas. O valor da mediana é extraído do vetor que contém o quadrado dos valores de resíduos de estimação considerando o plano de medição original, isto é, contendo todas as medidas disponíveis¹³. O teste de observabilidade implementado neste estimador se constitui em uma das contribuições deste trabalho. Utiliza-se um método

¹³Convém salientar que os estados são obtidos a partir de um plano mínimo observável de medidas.

de observabilidade topológica [53] que, ao contrário do proposto em [40], não usa operações em ponto flutuante e, conseqüentemente, é computacionalmente mais eficiente. Os resultados apresentados na Seção 6.3 consideram a versão não-desacoplada do estimador MQP resolvido através de transformações ortogonais baseadas em rotações de Givens [54] e demonstram a eficácia do método frente ao problema causado por erros grosseiros presentes em medidas classificadas como pontos de alavancamento. No entanto, apesar das vantagens de se usar um algoritmo de observabilidade topológica no teste de planos mínimos de medidas, esta tarefa se torna quase proibitiva em sistemas de grande porte quando se pretende realizá-la em tempo real. Neste trabalho, recomenda-se o uso do estimador MMM como uma referência *off line* para comparação de resultados obtidos via outros estimadores.

O segundo estimador robusto se baseia em funções-objetivo não-quadráticas implementadas através do algoritmo de Beaton e Tukey [25], conforme é proposto em [35] e descrito no Capítulo 5. O estimador desenvolvido é denominado neste trabalho de MQRDI e a versão desacoplada rápida é referenciada como MQRDI-DR. Esta última é implementada através das variantes *primal* e *dual*, como é sugerida em [44]. Estes estimadores fornecem estimativas válidas obtidas na presença de medidas contendo erros grosseiros mesmo que estes últimos ocorram em medidas classificadas como pontos de alavancamento. A fase de identificação de erros grosseiros dos estimadores MQRDI e MQRDI-DR dispensa a normalização dos resíduos. A implementação ortogonal de estimadores MQRDI e das versões desacopladas rápidas, através de rotações de Givens, bem como a apresentação de um método de cálculo sistemático de pontos de transição existentes nas funções-custo investigadas, se constituem em algumas das principais contribuições deste trabalho. Os resultados obtidos com os estimadores MQP e as versões desacopladas rápidas correspondentes, isto é, MQP-DR *primal* e *dual*, cuja rotina de identificação de erros grosseiros baseia-se no método \hat{b}

[42] , servem de base de comparação para avaliar o desempenho dos estimadores MQRDI e MQRDI-DR, respectivamente, conforme é mostrado na Seção 6.4. Apenas a função-custo *quadrático-tangente* (QT) é recomendada na aplicação dos estimadores MQRDI e MQRDI-DR porque, dentre as funções-custo investigadas, é a única que não está sujeito a problemas de mínimo local [37] , conforme se demonstra no Capítulo 5.

7.1 Principais Contribuições do Trabalho de Tese

Apresenta-se em seguida um resumo das principais contribuições deste trabalho de pesquisa:

i) Os melhoramentos incorporados aos dois estimadores robustos desenvolvidos para filtrar a influência de quaisquer medidas com erros grosseiros, inclusive medidas errôneas classificadas como pontos de alavancamento, tornam os estimadores MMM e MQRDI mais eficientes e confiáveis;

ii) O uso de um teste de observabilidade topológica no estimador baseado no método da mínima mediana representa a principal contribuição agregada ao primeiro estimador robusto;

iii) A metodologia de cálculo de pontos de transição usados em funções-custo não-quadráticas apresentadas no Capítulo 3 permite estabelecer as propriedades desejadas de robustez e eficiência estatística de estimadores de estados baseados em critérios não-quadráticos;

iv) A aplicação do método ortogonal de Givens em estimadores do tipo MQRDI, cuja robustez estatística decorre do fato de que o peso usado em cada iteração é função dos resíduos de estimação, permite contornar os problemas numéricos advindos desta estratégia de ponderação, pois numa mesma iteração os valores de pesos aplicados às medidas podem

ser muito diferentes. Além da robustez numérica do método de Givens, a propriedade de diminuir ou eliminar a influência de medidas, com a possibilidade de resgatá-las mais tarde, durante o processo iterativo, é amplamente explorada nos estimadores do tipo MQRDI;

v) Implementação das versões desacopladas rápidas dos estimadores MQRDI-DR *primal* e *dual*.

7.2 Sugestões para Novas Pesquisas

Os seguintes tópicos relacionados aos temas desenvolvidos nesta tese requer estudos adicionais:

i) Implementação de um algoritmo capaz de gerar distintas *árvores geradoras observáveis* (AGO) [53] para ser usado com o estimador MMM;

ii) Implementação do estimador MMM desacoplado rápido em conexão com o teste de observabilidade topológica;

iii) Pesquisar técnicas mais eficientes para o cálculo e identificação de pontos de alavancamento;

iv) Avaliação do método dos pesos [20] em conexão com os estimadores do tipo MQRDI para tratar o problema das restrições de igualdade em EESP;

7.3 Considerações Finais

Todas as metas estabelecidas na proposta de tese original [46] foram praticamente atingidas no presente estágio deste trabalho de pesquisa. Cabe apenas ressaltar que a proposta inicial de se aplicar o método de Givens baseado em dois multiplicadores [58] aos estimadores desenvolvidos está sendo momentaneamente reavaliada. Teste preliminares

demonstram que a versão rápida com três multiplicadores, em problemas de EESP, apresenta-se mais eficiente que a versão com dois multiplicadores¹⁴. As conclusões finais a este respeito serão apresentadas em um trabalho futuro.

¹⁴Referencia-se a Seção 5.4.2 para maiores detalhes.

Bibliografia

- [1] A. Abur and A.G. Exposito. Bad Data Identification When Using Ampere Measurements. *IEEE-Transactions on Power Systems*, 12(2):831–836, May 1997.
- [2] A. Abur, F.H. Magnago, and F.L. Alvarado. Elimination of Leverage Measurements via Matrix Stretching. *Electrical Power and Energy Systems*, 19(8):557–562, November 1997.
- [3] J.J. Allemong, L. Radu, and A.M. Sasson. A Fast and Reliable State Estimation Algorithm for AEP's New Control Center. *IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(4):933–944, April 1982.
- [4] R. A. M. Amerongen. On Convergence Analysis and Convergence Enhancement of Power System Least-squares State Estimators. *IEEE/PES Winter Meeting 215-4 PWRS*, pages 1–7, 1995.
- [5] R. Baldick, K.A. Clements, Z. Pinjo-Dzigal, and P.W. Davis. Implementing Nonquadratic Objective Functions for State Estimation and Bad Data Rejection. *IEEE-Transactions on Power Systems*, 12(1):376–382, February 1997.
- [6] A.E. Beaton and J.W. Tukey. The fitting of power series, meaning polynomials, illustrated on band-opectroscopic data. *Technometrics*, 16:147–185, 1974.
- [7] J.B. Birch. Some Convergence Properties of Iterated Reweighted Least Squares in the Location Model. *Communications in Statistics - Simulations and Computations*, B9(4):359–369, 1980.
- [8] A. Bjork. *Methods for Sparse Linear Squares Problems*. Academic Press, 1976. The author is with Department of Mathematics - Linköping University, Linköping, Sweden.
- [9] A. Bose and T. A. Green. New Modelling, Analysis and Computation Techniques Needed for Power System Control Centres. *Electrical Power and Energy Systems*, 15(3):163–168, January 1993.
- [10] F. Broussolle. State Estimation in Power Systems: Detecting Bad Data Through the Sparse Inverse Matrix Method. *IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems*, 97, May/ June 1978.
- [11] K.A. Clements and P. W. Davis. Multiple Bad Data Detectability and Identifiability a Geometric Approach. *IEEE-Transactions on Power Delivery*, PWRD-1(3):355–360, July 1986.
- [12] C. Croux and P.J. Rousseeuw. *Time-Efficient Algorithms for Two Highly Robust Estimators of Scale*, volume 1. Heidelberg: Physika-Verlag, 1992.
- [13] D.M. Falcão and S.M. Assis. Linear Programming State Estimation: Error Analysis and Gross Error Identification. *IEEE-Transaction on Power Systems*, 3(3):809–815, August 1988.
- [14] D.M. Falcão, P.A. Cooke, and Brameller A. Power System Tracking State Estimation and Bad Data Processing. *IEEE-Transaction on Power Apparatus and Systems*, 101(2):325–333, February 1982.
- [15] D.M. Falcão, S.M. Karaki, and Brameller A. Nonquadratic State Estimation: a Comparison of Methods. *Proceedings of the 7th PSCC Conference*, pages 1002–1006, 1981.

- [16] M.B. Do Couto Filho, A.M. Leite Da Silva, and D.M. Falcão. Bibliography on Power System State Estimation. *IEEE-Transactions on Power Systems*, 5(3):950–961, August 1990.
- [17] A. Garcia, A. Monticelli, and P. Abreu. Fast Decoupled State Estimation and Bad Data Processing. *IEEE-Transaction on Power Apparatus and Systems*, PAS-98(5):1645–1651, Sep./Oct. 1979.
- [18] M.W. Gentleman. Least-squares Computations by Givens Transformations Without Square Roots. *Journal of the Inst. Math. Applics.*, pages 329–336, December 1973.
- [19] A. Gjelsvik, S. Aam, and L. Holten. Hachtel's Augmented Matrix Method - a Rapid Method Improving Numerical Stability in Power System Static State Estimation. *IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems*, 104(11):2987–2993, 1985.
- [20] G.H. Golub. Numerical Methods for Solving Linear Least-squares Problems. *Num. Math.*, (7):206–216, 1965.
- [21] G.H. Golub and C.F. Van Loan. *Matrix Computations*. John Hopkins University Press, 2nd edition, 1993.
- [22] J.P.S. Gouvêa and A.J.A. Simões-Costa. Estimador de Estados Ortogonal com Restrições de Igualdade. *Revista da Sociedade Brasileira de Automática (SBA)*, pages 1–8, 1997.
- [23] F.R. Hampel, E.M. Ronchetti, P.J. Rousseeuw, and W.A. Stahel. *Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions*. 1986.
- [24] E. Handschin, F.C. Schweppe, J. Kohls, and A. Fiechter. Bad Data Analysis for Power System State Estimation. *IEEE-Transactions on Power Systems*, PAS-94(2):329–337, March/April 1975.
- [25] P.W. Holland and R.E. Welsch. Robust Regression Using Iteratively Reweighted Least-Squares. *Communications in Statistics*, A6(9):813–827, 1977.
- [26] H.P. Horisberger, J.C. Richard, and C. Rossier. A Fast Decoupled Static State-Estimator for Electric Power System. *IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-95(1):208–215, January/February 1976.
- [27] P.J. Huber. Robust Estimation of a Location Parameter. *Annals of Mathematical Statistics*, 35:73–101, 1964.
- [28] M.R. Irving, R.C. Owen, and M. Sterling. Power System State Estimation Using Linear Programming. *Proceedings of the IEE*, 125(9):879–885, September 1978.
- [29] H.J. Kogling, Th. Neisius, G. Beibler, and K.D. Schmitt. Bad Data Detection and Identification. *Electrical Power and Energy Systems*, 12(2):94–103, April 1990.
- [30] W.W. Kotiuga. Development of a Least Value Tracking State Estimator. *IEEE-Transaction on Power Apparatus and Systems*, PAS-104(5):1160–1166, May 1985.
- [31] W.W. Kotiuga and M. Vidyasagar. Bad Data Rejection Properties of Weighted Least Absolute Value Techniques Applied to Static State Estimation. *IEEE-Transaction on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(4):844–853, April 1982.
- [32] J.M. Mendel. *Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communications, and Control*. Series Editor. 1995.

- [33] H.M. Merrill and E.C. Schweppe. Bad Data Suppression in Power System Static State Estimation. *IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-90:2718–2725, November/December 1971.
- [34] L. Mili, M.G. Cheniae, and P.J. Rousseeuw. Robust State Estimation of Electric Power Systems. *IEEE-Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 41(5):349–357, May 1994.
- [35] L. Mili, M.G. Cheniae, N.S. Vichare, and P.J. Rousseeuw. Robust State Estimation Based on Projection Statistics. *IEEE-Transactions on Power Systems*, 11(2):1118–1127, May 1996.
- [36] L. Mili, Th. Van Cutsem, and M. Ribbens-Pavella. Hypothesis Testing Identification: A New Method for Bad Data Analysis in Power System State Estimation. *IEEE-Transaction on Power Apparatus and Systems*, PAS-103:3239–3252, November 1984.
- [37] L. Mili, Th. Van Cutsem, and M. Ribbens-Pavella. Bad Data Identification Methods in Power Systems State Estimation - a Comparative Study. *IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-104:3037–3049, November 1985.
- [38] L. Mili, V. Phaniraj, and P.J. Rousseeuw. Robust Estimation Theory for Bad Data Diagnostics in Electrical Power Systems. *Advances in Control and Dynamic Systems - C.T. Leondes (ed.)*, XXXVI:2–55, 1991.
- [39] L. Mili, V. Phaniraj, and P.J. Rousseeuw. High Breakdown Point Estimation in Electric Power Systems. *ISCAS*, pages 1–4, May 1990.
- [40] L. Mili, V. Phaniraj, and P.J. Rousseeuw. Least Median of Squares Estimation in Power Systems. *IEEE-Transactions on Power Systems*, 6(2):511–523, May 1991.
- [41] L. Mili and P.J. Rousseeuw. Robust State Estimation of Electric Power Systems. *IEEE-Transactions on Power Systems*, 6(2):511–523, May 1991.
- [42] A. Monticelli and A. Garcia. Reliable Bad Data Processing for Real-Time State Estimation. *IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102(5):1126–1139, May 1983.
- [43] A. Monticelli and A. Garcia. Fast Decoupled State Estimators. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(2):556–564, May 1990.
- [44] A. Monticelli, A. Garcia, and O.R. Saavedra. Fast Decoupled Load Flow: Hypothesis, Derivations, and Testing. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(4):1425–1431, 1990.
- [45] A. Monticelli, C.A. Murari, and F. Wu. A Hybrid State Estimator: Solving Normal Equations by Orthogonal Transformations. *IEEE Transactions on PAS*, 104(12):3460–3468, December 1985.
- [46] Robson C. Pires. Elementos de Estatística Robusta Aplicados a Estimadores de Estados Ortogonais em Sistemas de Potência (EEOSP). Nov 1995. Proposta de Tese de Doutorado Apresentada à Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC e Aprovada em 30/11/1995.
- [47] Robson C. Pires and A.J.A. Simões Costa. Fast Decoupled IRLS State Estimation Through Givens Rotations. June/July 1999. Resumo estendido, PSCC'99 - No. 217, selecionado preliminarmente para submissão do artigo até 30/09/1998.
- [48] Robson C. Pires and A.J.A. Simões-Costa. Estimadores de Estados Robustos em Sis-

temas de Potência. *XII Congresso Brasileiro de Automática - XII CBA*, 14-18 Setembro 1998.

- [49] Robson C. Pires, A.J.A. Simões-Costa, and L. Mili. Iteratively Reweighted Least-Squares State Estimation Through Givens Rotations. *IEEE Transactions on Power Systems*, (98 SM 406):1–7, July 1998.
- [50] V.H. Quintana, A.J.A. Simões-Costa, and M. Mier. Bad Data Detection and Identification Techniques Using Estimation Orthogonal Methods. *IEEE-Transaction on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(9):3356–3364, September 1982.
- [51] P.J. Rousseeuw and A.M. Leroy. *Robust Regression and Outlier Detection*. Series in Probability and Mathematical Statistics. 1987.
- [52] F.C. Schweppe, Wildes, and D.B. Rom. Power System Static State Estimation, Part I, II and III. *IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-89(1):120–135, January 1970.
- [53] A.J.A. Simões-Costa, T. S. Piazza, and A. Mandel. Qualitative Methods to Solve Qualitative Problems in Power System State Estimation. *IEEE-Transactions on Power Systems*, 5(3):941–949, 1990.
- [54] A.J.A. Simões-Costa and V.H. Quintana. An Orthogonal Row Processing Algorithm for Power Sequential State Estimation. *IEEE-Transaction on Power Apparatus and Systems*, 100(8):3791–3800, August 1981.
- [55] A.J.A. Simões-Costa and V.H. Quintana. A Robust Numerical Technique for Power System State Estimation. *IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems*, 100(2):691–698, February 1981.
- [56] A.J.A. Simões-Costa and J.G. Rolim. Iterative Bad-Data Suppression Applied to State Estimators Based on the Augmented Matrix Method. *Electric Power System Research*, (20):205–213, 1991.
- [57] H. Singh and F.L. Alvarado. Weighted Least Absolute Value State Estimation Using Interior Point Methods. *IEEE Trans. on Power Systems*, 11(1):216–225, February 1994.
- [58] N. Vempati, I.W. Slutsker, and W.F. Tinney. Enhancements to Givens Rotations for Power System State Estimation. *IEEE-Transactions on Power Systems*, 6(2):842–849, May 1991.
- [59] N. Vempati, I.W. Slutsker, and W.F. Tinney. Orthogonal Sparse Vector Methods. *IEEE-Transactions on Power Systems*, 7(2):926–932, May 1992.
- [60] F.F. Wu. Power System State Estimation: A Survey. *Electrical Power and Energy Systems*, 12(2):80–87, April 1990.
- [61] N. Xiang, S. Wang, and E. Yu. A New Approach for Detection and Identification of Multiple Bad Data in Power System State Estimation. *IEEE-Transaction on Power Apparatus Systems*, PAS-101(2):454–462, February 1982.
- [62] F. Zhuang and K. Balasubramanian. Bad Data Suppression in Power System State Estimation with a Variable Quadratic-Constant Criterion. *IEEE-Transaction on Power Apparatus and Systems*, PAS-104(4):857–863, April 1985.

Apêndice A

Estimadores de Escala ou Espalhamento

O primeiro estimador de escala ou espalhamento considerado neste trabalho é o “ MAD_j ” que é apresentado na Subseção 3.3.1 do presente trabalho. No entanto, em seguida apresentam-se outros estimadores de escala igualmente recomendados mas que exigem um esforço computacional maior para padronizar conjuntos de valores.

A.1. Estimador de Escala “ S_j ”

O segundo estimador de escala investigado neste trabalho, S_j , é calculado através da seguinte expressão:

$$S_j = c_j \cdot 1.1926 \cdot \frac{\text{lomed}}{i=1, \dots, m} \cdot \frac{\text{lomed}}{j \neq i} |x_i - x_j| \quad (7.1)$$

onde “*lomed*” significa a *mediana baixa* obtida sobre o conjunto de m dados disponíveis. Estando os dados pertencentes ao conjunto considerado armazenados em ordem crescente de magnitude, a *mediana baixa* do conjunto é o elemento que ocupa a $\lceil (m + 1) / 2 \rceil$ -ésima posição¹⁵.

O fator de correção c_j , para $j \leq 9$, é apresentado no quadro mostrado em seguida [12] :

j	2	3	4	5	6	7	8	9
c_j	0.743	1.851	0.954	1.351	0.993	1.198	1.005	1.131

Para $j > 9$, obtém-se:

$$c_j = \frac{j}{j - 0.9} \quad \text{para } j \text{ par} \quad (7.2)$$

e $c_j = 1$, para j ímpar.

¹⁵ $\lceil [\cdot] \rceil \rightarrow$ Significa a parte inteira da operação realizada.

A.2. Estimador de Escala “ Γ_j ”

Finalmente, o terceiro estimador investigado neste trabalho, Γ_j , é definido pela seguinte equação:

$$\Gamma_j = d_j \cdot 2.2219 \cdot \{|x_i - x_j| ; i < j\} \tag{7.3}$$

onde o fator de correção d_j , para $j \leq 9$, é expresso por [12] :

j	2	3	4	5	6	7	8	9
d_j	0.399	0.994	0.512	0.844	0.611	0.857	0.669	0.872

Para $j > 9$, tem-se:

$$d_j = \frac{j}{j + 1.4} \quad \text{para } j \text{ par} \tag{7.4}$$

$$d_j = \frac{j}{j + 3.8} \quad \text{para } j \text{ ímpar} \tag{7.5}$$

A.3. Exemplo Numérico

Considere o conjunto de dados Z mostrados em seguida. Deseja-se identificar os dados discrepantes usando ambos os testes clássico e robusto sobre os resíduos. Em relação ao teste robusto, apenas o *estimador de escala “ MAD_j ”* será desenvolvido. Os outros dois *estimadores de escala* apresentados, isto é, “ S_j ” e “ Γ_j ”, terão apenas os seus valores indicados.

$$Z = \left\{ \begin{array}{cccccccc} 6.50 & 14.0 & 13.5 & 18.0 & 14.5 & 9.00 & 18.0 & 42.0 \\ 7.50 & 6.00 & 25.0 & 12.0 & 52.0 & 20.0 & 16.0 & 15.0 \\ 11.5 & 2.5 & 2.0 & & & & & \end{array} \right\}$$

Solução:

a) Cálculo da *média*:

$$\mu = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_j = \frac{305}{19} = 16.05$$

b) Cálculo da *mediana*:

O conjunto de dados com seus elementos colocados em ordem crescente de magnitude é:

$$Z_{ord} = \left\{ \begin{array}{cccccccc} 2.00 & 2.50 & 6.00 & 6.50 & 7.50 & 9.00 & 11.5 & 12.0 \\ 13.5 & 14.0 & 14.5 & 15.0 & 16.0 & 18.0 & 18.0 & 20.0 \\ 25.0 & 42.0 & 52.0 & \end{array} \right\}$$

A *mediana* do conjunto considerado é igual ao elemento que ocupa a $[(m + 1)/2]$ -ésima posição em Z_{ord} . Portanto, a *mediana* (Z_{med}) é igual a 14.0.

c) Cálculo do *desvio padrão*:

$$\hat{\sigma} \triangleq \left[\frac{1}{m} \sum_j^m (z_j - \mu)^2 \right]^{1/2}$$

$$\hat{\sigma} = \left[\frac{1}{19} ((6.5 - 16.05)^2 + \dots + (2.0 - 16.05)^2) \right]^{1/2} = 12.20$$

d) Cálculo do *estimador de escala* MAD_j :

Os termos $|z_j - z_{med}|$, para $j = 1, \dots, m$, estão listados abaixo:

1.	$ 6.50 - 14 = 7.5$	11.	$ 25.0 - 14 = 11.$
2.	$ 14.0 - 14 = 0.0$	12.	$ 12.0 - 14 = 2.0$
3.	$ 13.5 - 14 = 0.5$	13.	$ 52.0 - 14 = 38.$
4.	$ 18.0 - 14 = 4.0$	14.	$ 20.0 - 14 = 6.0$
5.	$ 14.5 - 14 = 0.5$	15.	$ 16.0 - 14 = 2.0$
6.	$ 9.00 - 14 = 5.0$	16.	$ 15.0 - 14 = 1.0$
7.	$ 18.0 - 14 = 4.0$	17.	$ 11.5 - 14 = 2.5$
8.	$ 42.0 - 14 = 28.$	18.	$ 2.50 - 14 = 11.5$
9.	$ 7.50 - 14 = 6.5$	19.	$ 2.00 - 14 = 12.$
10.	$ 6.00 - 14 = 8.0$		

O mesmo procedimento mostrado no item (b) permite o cálculo da *mediana* do conjunto

$|z_j - z_{med}|$ apresentado acima. O resultado desta operação é igual a 5.0. Finalmente, é pos-

sível conhecer o valor do *estimador de escala* MAD_j , como sendo:

$$MAD_j = 1.4826 \cdot \left(\frac{m}{m - .8} \right) \cdot 5.0 = 7.739, \text{ para } m = 19$$

A utilização dos *estimadores de escala* “ S_j ” e “ Γ_j ” sobre o mesmo conjunto de dados resultam em 10.015 e 8.277, respectivamente.

e) Identificação dos *pontos discrepantes*:

e.1) Método Clássico:

$$|r_{s_i}| = \frac{|z_i - \mu|}{\hat{\sigma}} \geq 2.5$$

1.	$ 6.50 - 16.05 \div 12.2 = .783$	11.	$ 25.0 - 16.05 \div 12.2 = .733$
2.	$ 14.0 - 16.05 \div 12.2 = .168$	12.	$ 12.0 - 16.05 \div 12.2 = .332$
3.	$ 13.5 - 16.05 \div 12.2 = .209$	13.	$ 52.0 - 16.05 \div 12.2 = 2.9 \Leftarrow$
4.	$ 18.0 - 16.05 \div 12.2 = .159$	14.	$ 20.0 - 16.05 \div 12.2 = .324$
5.	$ 14.5 - 16.05 \div 12.2 = .127$	15.	$ 16.0 - 16.05 \div 12.2 = 4.344 \times 10^{-3}$
6.	$ 9.00 - 16.05 \div 12.2 = .578$	16.	$ 15.0 - 16.05 \div 12.2 = 8.631 \times 10^{-2}$
7.	$ 18.0 - 16.05 \div 12.2 = .159$	17.	$ 11.5 - 16.05 \div 12.2 = .373$
8.	$ 42.0 - 16.05 \div 12.2 = 2.126$	18.	$ 2.50 - 16.05 \div 12.2 = 1.11$
9.	$ 7.50 - 16.05 \div 12.2 = .701$	19.	$ 2.00 - 16.05 \div 12.2 = 1.152$
10.	$ 6.00 - 16.05 \div 12.2 = .824$		

Pelo método clássico, apenas a medida $Z_{13} = 52$ é identificada como discrepante.

e.2) Método Robusto:

$$|r_{s_i}| = \frac{|z_i - Z_{med}|}{MAD_j} \geq 2.5$$

1.	$7.5 \div 7.739 = .969$	11.	$11. \div 7.739 = 1.42$
2.	$0.0 \div 7.739 = 0.00$	12.	$2.0 \div 7.739 = .258$
3.	$0.5 \div 7.739 = 6.46 \times 10^{-2}$	13.	$38. \div 7.739 = 4.91 \Leftarrow$
4.	$4.0 \div 7.739 = .516$	14.	$6.0 \div 7.739 = .775$
5.	$0.5 \div 7.739 = 6.46 \times 10^{-2}$	15.	$2.0 \div 7.739 = .258$
6.	$5.0 \div 7.739 = .646$	16.	$1.0 \div 7.739 = .129$
7.	$4.0 \div 7.739 = .516$	17.	$2.5 \div 7.739 = .323$
8.	$28. \div 7.739 = 3.618 \Leftarrow$	18.	$11.5 \div 7.739 = 1.486$
9.	$6.5 \div 7.739 = .839$	19.	$12. \div 7.739 = 1.551$
10.	$8.0 \div 7.739 = 1.034$		

Pelo método robusto, as medidas $Z_8 = 42$ e $Z_{13} = 52$ são identificadas como discrepantes.

Apêndice B

Parâmetros dos Sistemas-Teste

A convenção utilizada na especificação do tipo de barra é a seguinte:

- Tipo 0: Barra de carga;
- Tipo 1: Barra de geração;
- Tipo 2: Barra de folga.

B.1. Sistema-Teste IEEE-3 Barras

Tabela B.1.a: Dados de Linhas e Transformadores

RAMO No.	LT		R	R	B	TAPE
	DE	PARA	(%)	(%)	(MVA)	(P.U.)
1	1	2	.00	1.00	4.000	.000
2	1	3	1.50	20.00	4.000	.000
3	2	3	1.50	20.00	4.000	.000

Tabela B.1.b: Dados de Barras

Barra No.	Tipo	V	δ	P_{gerado}	Q_{gerado}	P_c	Q_c	Q_{shunt}
		(pu)	(graus)	(MW)	(MVAR)	(MW)	(MVAR)	(MVAR)
1	2	1.050	.00	.00	.00	.0	.0	.0
2	1	1.000	.00	.00	.00	30.0	12.0	.0
3	0	1.000	.00	.00	.00	120.0	15.0	.0

B.2. Sistema-Teste IEEE-14 Barras

Tabela B.2.a: Dados de Linhas e Transformadores

RAMO No.	LT		R	X	B	TAPE
	DE	PARA	(%)	(%)	(MVA)	(PU.)
1	1	2	.10	.30	105.6	.000
2	1	5	5.40	22.30	4.92	.000
3	2	3	4.70	19.80	4.38	.000
4	2	4	5.81	17.63	3.74	.000
5	2	5	5.69	17.39	3.40	.000
6	3	4	6.70	17.10	3.46	.000
7	4	5	1.34	4.21	1.28	.000
8	4	7	.00	2.91	.00	.972
9	4	9	.00	55.62	.00	.969
10	5	6	.00	12.60	.00	.932
11	6	11	9.50	19.89	.00	.000
12	6	12	12.29	25.58	.00	.000
13	6	13	6.62	13.03	.00	.000
14	7	8	.00	17.61	.00	.000
15	7	9	.00	11.00	.00	.000
16	9	10	3.18	8.45	.00	.000
17	9	14	12.71	27.04	.00	.000
18	10	11	8.20	19.21	.00	.000
19	12	13	22.09	19.99	.00	.000
20	13	14	17.09	34.80	.00	.000

Tabela B.2.b: Dados de Barras

Barra	Tipo	V	δ	P_{gerado}	Q_{gerado}	P_c	Q_c	Q_{shunt}
No.		(pu)	(graus)	(MW)	(MVAR)	(MW)	(MVAR)	(MVAR)
1	2	1.060	.00	232.4	-16.9	.0	.0	-23.0
2	1	1.045	-6.00	40.0	70.0	21.7	12.7	.0
3	1	1.010	-15.00	40.0	70.0	94.2	19.0	.0
4	0	1.019	-12.00	.0	.0	47.8	3.9	.0
5	0	1.020	-10.00	.0	.0	7.6	1.6	.0
6	1	1.070	-19.00	40.0	-60.0	11.2	7.5	.0
7	0	1.062	-16.00	.0	.0	.0	.0	.0
8	1	1.090	-16.00	.0	.0	.0	.0	.0
9	0	1.056	-18.00	.0	.0	29.5	16.6	.0
10	0	1.051	-19.00	.0	.0	9.0	5.8	.0
11	0	1.057	-19.00	.0	.0	3.5	1.8	.0
12	0	1.055	-20.00	.0	.0	6.1	1.6	10.0
13	0	1.050	-20.00	.0	.0	13.5	5.8	.0
14	0	1.036	-20.00	.0	.0	14.9	5.0	.0

B.3. Sistema-Teste IEEE-30 Barras

Tabela B.3.a: Dados de Linhas e Transformadores

RAMO No.	LT		R	X	B	TAPE
	DE	PARA	(%)	(%)	(MVA)	(P.U.)
1	1	2	1.92	5.75	5.23	-
2	1	3	4.52	18.52	4.08	-
3	2	4	5.70	17.37	3.68	-
4	2	5	4.72	19.83	4.18	-
5	2	6	5.81	17.63	3.69	-
6	3	4	1.32	3.79	.84	-
7	4	6	1.19E-2	4.14E-2	.90	-
8	4	12	25.60	0.00	.00	1.000
9	5	7	4.60	11.60	.90	-
10	6	7	2.67	8.20	1.70	-
11	6	8	1.20	4.20	.90	-
12	6	9	20.80	0.00	.00	1.000
13	6	10	55.60	0.00	.00	1.000
14	6	28	1.69	5.99	1.30	-
15	8	28	63.60	20.00	8.36	-
16	9	10	0.00	11.00	.00	-
17	9	11	0.00	20.80	.00	-
18	10	17	3.24	8.45	.00	-
19	10	20	9.36	20.90	.00	-
20	10	21	3.48	7.49	.00	-
21	10	22	7.27	14.99	.00	-
22	12	13	0.00	14.00	.00	-
23	12	14	12.31	25.59	.00	-
24	12	15	6.62	13.04	.00	-
25	12	16	9.45	19.87	.00	-
26	14	15	22.10	19.97	.00	-
27	15	18	10.70	21.85	.00	-
28	15	23	10.00	20.20	.00	-
29	16	17	8.24	19.32	.00	-
30	18	19	6.39	12.92	.00	-
31	19	20	3.40	6.80	.00	-
32	21	22	1.16	2.36	.00	-
33	22	24	11.50	17.90	.00	-
34	23	24	13.20	27.00	.00	-
35	24	25	18.85	32.92	.00	-
36	25	26	25.44	38.00	.00	-
37	25	27	10.93	20.87	.00	-
38	27	28	0.00	39.60	.00	1.000
39	27	29	21.98	41.53	.00	-
40	27	30	32.02	60.27	.00	-
41	29	30	23.99	45.33	.00	-

Tabela B.3.b: Dados de Barras

Barra	Tipo	V	δ	P_{gerado}	Q_{gerado}	P_c	Q_c	Q_{shunt}
No.		(pu)	(graus)	(MW)	(MVAR)	(MW)	(MVAR)	(MVAR)
1	2	1.040	.00			-	-	-
2	1	1.050	.00	.0		-	-	-
3	0	1.000	.00	-	-	2.4	1.2	-
4	0	1.000	.00	-	-	7.6	1.6	-
5	1	1.010	.00	.0		-	-	-
6	0	1.000	.00	-	-	.0	.0	-
7	0	1.000	.00	-	-	22.8	10.9	-
8	1	1.010	.00	20.0		-	-	-
9	0	1.000	.00	-	-	.0	.0	-
10	0	1.000	.00	-	-	5.8	-1.7	-
11	1	1.050	.00	20.0		-	-	-
12	0	1.000	.00	-	-	11.2	7.5	-
13	1	1.050	.00	20.0		-	-	-
14	0	1.000	.00	-	-	6.2	1.6	-
15	0	1.000	.00	-	-	8.2	2.5	-
16	0	1.000	.00	-	-	3.5	1.8	-
17	0	1.000	.00	-	-	9.0	5.8	-
18	0	1.000	.00	-	-	3.2	.9	-
19	0	1.000	.00	-	-	9.5	3.4	-
20	0	1.000	.00	-	-	2.2	.7	-
21	0	1.000	.00	-	-	17.5	11.2	-
22	0	1.000	.00	-	-	.0	.0	-
23	0	1.000	.00	-	-	3.2	1.6	-
24	0	1.000	.00	-	-	8.7	2.7	-
25	0	1.000	.00	-	-	.0	.0	-
26	0	1.000	.00	-	-	3.5	2.3	-
27	0	1.000	.00	-	-	.0	.0	-
28	0	1.000	.00	-	-	.0	.0	-
29	0	1.000	.00	-	-	2.4	.9	-
30	0	1.000	.00	-	-	10.6	1.9	-

B.4. Sistema-Teste IEEE-118 Barras

Tabela B.4.a: Dados de Linhas e Transformadores

RAMO No.	LT		R	X	B	TAPE
	DE	PARA	(%)	(%)	(MVA)	(P.U.)
1	1	2	3.03	9.99	2.54	-
2	1	3	1.29	4.24	1.08	-
3	2	12	1.87	6.16	1.57	-
4	3	5	2.41	10.8	2.84	-
5	3	12	4.84	16.	4.06	-
6	4	5	.176	.8	.21	-
7	4	11	2.09	6.88	1.75	-
8	5	6	1.19	5.40	1.43	-
9	5	8	.000	2.67	.000	1.000
10	5	11	2.03	6.82	1.74	-
11	6	7	.459	2.08	.55	-
12	7	12	.862	3.40	4.87	-
13	8	9	.244	.305	116.2	-
14	8	30	.431	5.04	51.4	-
15	9	10	.258	3.22	123.	-
16	11	12	.595	1.96	.50	-
17	11	13	2.23	7.31	1.88	-
18	12	14	2.15	7.07	1.82	-
19	12	16	2.12	8.34	2.14	-
20	12	117	3.29	14.0	3.58	-
21	13	15	7.44	24.4	6.27	-
22	14	15	5.95	19.5	5.02	-
23	15	17	1.32	4.37	4.44	-
24	15	19	1.20	3.94	1.01	-
25	15	33	3.80	12.44	3.19	-
26	16	17	4.54	18.01	4.66	-
27	17	18	1.23	5.05	1.30	-
28	17	30	.00	3.88	.00	1.000
29	17	31	4.74	15.63	3.99	-
30	17	113	.913	3.01	.77	-
31	18	19	1.12	4.93	1.14	-
32	19	20	2.52	11.7	2.98	-
33	19	34	7.52	24.7	6.32	-
34	20	21	1.83	8.49	2.16	-
35	21	22	2.09	9.70	2.46	-
36	22	23	3.42	15.9	4.04	-
37	23	24	1.35	4.92	4.98	-
38	23	25	1.56	8.00	8.64	-
39	23	32	3.17	11.53	11.73	-
40	24	70	10.22	41.15	10.20	-

IEEE-118 (continuação...)

RAMO No.	LT		R	X	B	TAPE
	DE	PARA	(%)	(%)	(MVA)	(P.U.)
41	24	72	4.88	19.60	4.88	-
42	25	26	.00	3.82	.00	1.000
43	25	27	3.18	16.30	17.64	-
44	26	30	.799	8.60	91.80	-
45	27	28	1.91	8.55	2.16	-
46	27	32	2.29	7.55	1.93	-
47	27	115	1.64	7.41	1.97	-
48	28	29	2.37	9.43	2.38	-
49	29	31	1.08	3.31	.83	-
50	30	38	.464	5.40	.422	-
51	31	32	2.98	9.85	2.51	-
52	32	113	6.15	2.03	95.18	-
53	32	114	1.35	6.12	1.63	-
54	33	37	4.15	14.20	3.66	-
55	34	36	.871	2.68	.57	-
56	34	37	.256	.94	.99	-
57	34	43	4.13	16.81	4.23	-
58	35	36	.224	1.02	.27	-
59	35	37	1.10	4.97	1.32	-
60	37	38	.00	3.75	.00	1.000
61	37	39	3.21	10.60	2.70	-
62	37	40	5.93	16.80	4.2	-
63	38	65	.901	9.86	114.6	-
64	39	40	1.84	6.05	1.55	-
65	40	41	1.45	4.87	1.22	-
66	40	42	5.55	18.30	4.66	-
67	41	42	4.10	13.50	3.44	-
68	42	49	3.58	16.10	17.2	-
69	43	44	6.08	24.54	6.07	-
70	44	45	2.24	9.01	2.24	-
71	45	46	4.00	13.56	3.32	-
72	45	49	6.84	18.60	4.44	-
73	46	47	3.80	12.70	3.16	-
74	46	48	6.01	18.90	4.72	-
75	47	49	1.91	6.25	1.60	-
76	47	69	8.44	27.78	7.09	-
77	48	49	1.79	5.05	1.26	-
78	49	50	2.67	75.20	1.87	-
79	49	51	4.86	13.70	3.42	-
80	49	54	9.85	32.40	8.28	-

IEEE-118 (continuação...)

RAMO No.	LT		R	X	B	TAPE
	DE	PARA	(%)	(%)	(MVA)	(PU.)
81	49	66	.90	4.59	4.96	-
82	49	69	9.85	32.40	8.28	-
83	50	57	4.74	13.40	3.32	-
84	51	52	2.03	5.88	1.40	-
85	51	58	2.55	7.19	1.79	-
86	52	53	4.05	16.35	4.06	-
87	53	54	2.63	12.20	3.11	-
88	54	55	1.69	7.07	2.02	-
89	54	56	.275	.96	.730	-
90	54	59	5.03	22.93	5.98	-
91	55	56	.488	1.51	.37	-
92	55	59	4.74	21.58	5.65	-
93	56	57	3.43	9.66	2.42	-
94	56	58	3.43	9.66	2.42	-
95	56	59	4.07	12.00	11.04	-
96	59	60	3.17	14.50	3.76	-
97	59	61	3.28	15.00	3.88	-
98	59	63	.00	3.86	.00	1.000
99	60	61	.264	1.35	1.46	-
100	60	62	1.23	5.61	1.47	-
101	61	62	.824	3.76	.98	-
102	61	64	.00	2.68	.00	1.000
103	62	66	4.82	21.80	5.78	-
104	62	67	2.58	11.70	3.10	-
105	63	64	.172	2.00	21.60	-
106	64	65	.269	3.02	38.00	-
107	65	66	.00	3.70	4.00	1.000
108	65	68	.138	1.60	63.80	-
109	66	67	2.24	10.15	2.68	-
110	68	69	.00	3.70	4.00	1.000
111	68	61	.175	2.02	80.80	-
112	68	116	.034	.40	16.40	-
113	69	70	3.00	12.70	12.20	-
114	69	75	4.05	12.20	12.40	-
115	69	77	3.09	10.10	10.38	-
116	70	71	.88	3.55	.88	-
117	70	74	4.01	13.23	3.37	-
118	70	75	4.28	14.10	3.60	-
119	71	72	4.46	18.00	4.44	-
120	71	73	.866	4.54	1.18	-

IEEE-118 (continuação...)

RAMO No.	LT		R	X	B	TAPE
	DE	PARA	(%)	(%)	(MVA)	(P.U.)
121	74	75	1.23	4.06	1.03	-
122	75	77	6.01	19.99	4.98	-
123	75	118	1.45	4.81	1.20	-
124	76	77	4.44	14.80	3.68	-
125	76	118	1.64	5.44	1.36	-
126	77	78	.376	1.24	1.26	-
127	77	80	1.08	3.31	7.00	-
128	77	82	2.98	8.53	8.17	-
129	78	79	.546	2.44	.65	-
130	79	80	1.56	7.04	1.87	-
131	80	81	.00	3.70	4.00	1.000
132	80	96	3.56	18.20	4.94	-
133	80	97	1.83	9.34	2.54	-
134	80	98	2.38	10.80	2.86	-
135	80	99	4.54	20.60	5.46	-
136	82	83	1.12	3.66	3.80	-
137	82	96	1.62	5.30	5.44	-
138	82	83	6.25	13.20	2.58	-
139	83	85	4.30	14.80	3.48	-
140	84	85	3.02	6.41	1.23	-
141	85	86	3.50	12.30	2.76	-
142	85	88	2.00	10.20	2.76	-
143	85	89	2.39	17.30	4.70	-
144	86	87	2.83	20.74	4.45	-
145	88	89	1.39	7.12	1.93	-
146	89	90	1.58	65.30	15.88	-
147	89	92	.79	3.80	9.62	-
148	90	91	2.54	8.36	2.14	-
149	91	92	3.87	12.72	3.27	-
150	92	93	2.58	8.48	2.18	-
151	92	94	4.81	15.80	4.06	-
152	92	100	6.48	29.50	7.72	-
153	92	102	1.23	5.59	1.46	-
154	93	94	2.23	7.32	1.88	-
155	94	95	1.32	4.34	1.11	-
156	94	96	2.69	8.69	2.30	-
157	94	100	1.78	5.80	6.04	-
158	95	96	1.71	5.47	1.47	-
159	96	97	1.73	8.85	2.40	-
160	98	100	3.97	17.90	4.76	-

IEEE-118 (continuação...)

RAMO No.	LT		R	X	B	TAPE
	DE	PARA	(%)	(%)	(MVA)	(P.U.)
161	99	100	1.80	8.13	2.16	-
162	100	101	2.77	12.62	3.28	-
163	100	103	1.60	5.25	5.36	-
164	100	104	4.51	20.40	5.41	-
165	100	106	6.05	22.90	6.20	-
166	101	102	2.46	11.20	2.84	-
167	103	104	4.66	15.84	4.07	-
168	103	105	5.35	16.25	4.08	-
169	103	110	3.91	18.13	4.61	-
170	104	105	.994	3.78	.99	-
171	105	106	1.40	5.47	1.43	-
172	105	107	5.30	18.30	4.72	-
173	105	108	2.61	7.03	1.84	-
174	106	107	5.30	18.30	4.72	-
175	108	109	1.05	2.88	.76	-
176	109	110	2.78	7.62	2.02	-
177	110	111	2.20	7.55	2.00	-
178	110	112	2.47	6.40	6.20	-
179	114	115	.23	1.04	.28	-

Tabela B.4.b: Dados de Barras

Barra	Tipo	V	δ	P_{gerado}	Q_{gerado}	P_c	Q_c	Q_{shunt}
No.		(pu)	(graus)	(MW)	(MVAR)	(MW)	(MVAR)	(MVAR)
1	0	1.000	.00	-	-	51.0	27.0	-
2	0	1.000	.00	-	-	20.0	9.0	-
3	0	1.000	.00	-	-	39.0	10.0	-
4	1	1.0000	.00	0.0	-	-	-	-
5	0	1.000	.00	-	-	0.0	40.0	-
6	0	1.000	.00	-	-	52.0	22.0	-
7	0	1.000	.00	-	-	19.0	2.0	-
8	1	1.020	.00	0.0	-	-	-	-
9	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
10	1	1.050	.00	450.0	-	-	-	-
11	0	1.000	.00	-	-	70.0	23.0	-
12	1	.990	.00	85.0	-	-	-	-
13	0	1.000	.00	-	-	34.0	16.0	-
14	0	1.000	.00	-	-	14.0	1.0	-
15	0	1.000	.00	-	-	90.0	30.0	-
16	0	1.000	.00	-	-	25.0	10.0	-
17	0	1.000	.00	-	-	11.0	3.0	-
18	0	1.000	.00	-	-	60.0	34.0	-
19	0	1.000	.00	-	-	45.0	25.0	-
20	0	1.000	.00	-	-	18.0	3.0	-
21	0	1.000	.00	-	-	10.0	5.0	-
22	0	1.000	.00	-	-	7.0	3.0	-
23	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
24	1	.990	.00	0.0	-	-	-	-
25	1	1.050	.00	220.0	-	-	-	-
26	1	1.020	.00	314.0	-	-	-	-
27	1	.970	.00	0.0	-	-	-	-
28	0	1.000	.00	-	-	17.0	7.0	-
29	0	1.000	.00	-	-	24.0	4.0	-
30	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
31	1	.970	.00	7.0	-	-	-	-
32	0	1.000	.00	-	-	59.0	23.0	-
33	0	1.000	.00	-	-	23.0	9.0	-
34	0	1.000	.00	-	-	59.0	12.0	-
35	0	1.000	.00	-	-	33.0	9.0	-
36	0	1.000	.00	-	-	31.0	17.0	-
37	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
38	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
39	0	1.000	.00	-	-	27.0	11.0	-
40	1	.970	.00	0.0	-	-	-	-

Tabela B.4.b: Dados de Barras

Barra No.	Tipo	V (pu)	δ (graus)	P_{gerado} (MW)	Q_{gerado} (MVAR)	P_c (MW)	Q_c (MVAR)	Q_{shunt} (MVAR)
1	0	1.000	.00	-	-	51.0	27.0	-
2	0	1.000	.00	-	-	20.0	9.0	-
3	0	1.000	.00	-	-	39.0	10.0	-
4	1	1.0000	.00	0.0	-	-	-	-
5	0	1.000	.00	-	-	0.0	40.0	-
6	0	1.000	.00	-	-	52.0	22.0	-
7	0	1.000	.00	-	-	19.0	2.0	-
8	1	1.020	.00	0.0	-	-	-	-
9	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
10	1	1.050	.00	450.0	-	-	-	-
11	0	1.000	.00	-	-	70.0	23.0	-
12	1	.990	.00	85.0	-	-	-	-
13	0	1.000	.00	-	-	34.0	16.0	-
14	0	1.000	.00	-	-	14.0	1.0	-
15	0	1.000	.00	-	-	90.0	30.0	-
16	0	1.000	.00	-	-	25.0	10.0	-
17	0	1.000	.00	-	-	11.0	3.0	-
18	0	1.000	.00	-	-	60.0	34.0	-
19	0	1.000	.00	-	-	45.0	25.0	-
20	0	1.000	.00	-	-	18.0	3.0	-
21	0	1.000	.00	-	-	10.0	5.0	-
22	0	1.000	.00	-	-	7.0	3.0	-
23	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
24	1	.990	.00	0.0	-	-	-	-
25	1	1.050	.00	220.0	-	-	-	-
26	1	1.020	.00	314.0	-	-	-	-
27	1	.970	.00	0.0	-	-	-	-
28	0	1.000	.00	-	-	17.0	7.0	-
29	0	1.000	.00	-	-	24.0	4.0	-
30	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
31	1	.970	.00	7.0	-	-	-	-
32	0	1.000	.00	-	-	59.0	23.0	-
33	0	1.000	.00	-	-	23.0	9.0	-
34	0	1.000	.00	-	-	59.0	12.0	-
35	0	1.000	.00	-	-	33.0	9.0	-
36	0	1.000	.00	-	-	31.0	17.0	-
37	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
38	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
39	0	1.000	.00	-	-	27.0	11.0	-
40	1	.970	.00	0.0	-	-	-	-

IEEE-118 (continuação...)

Barra	Tipo	V	δ	P_{gerado}	Q_{gerado}	P_c	Q_c	Q_{shunt}
No.		(pu)	(graus)	(MW)	(MVAR)	(MW)	(MVAR)	(MVAR)
41	0	1.000	.00	-	-	37.0	10.0	-
42	1	.980	.00	0.0	-	-	-	-
43	0	1.000	.00	-	-	18.0	7.0	-
44	0	1.000	.00	-	-	16.0	2.0	-
45	0	1.000	.00	-	-	53.0	12.0	-
46	1	1.010	.00	19.0	-	-	-	-
47	0	1.000	.00	-	-	34.0	0.0	-
48	0	1.000	.00	-	-	20.0	3.0	-
49	1	1.020	.00	204.0	-	-	-	-
50	0	1.000	.00	-	-	17.0	4.0	-
51	0	1.000	.00	-	-	17.0	8.0	-
52	0	1.000	.00	-	-	18.0	5.0	-
53	0	1.000	.00	-	-	23.0	11.0	-
54	1	.950	.00	48.0	-	-	-	-
55	0	1.000	.00	-	-	63.0	22.0	-
56	0	1.000	.00	-	-	84.0	18.0	-
57	0	1.000	.00	-	-	12.0	3.0	-
58	0	1.000	.00	-	-	12.0	3.0	-
59	1	.980	.00	155.0	-	-	-	-
60	0	1.000	.00	-	-	78.0	3.0	-
61	1	.990	.00	160.0	-	-	-	-
62	0	1.000	.00	-	-	77.0	14.0	-
63	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
64	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
65	1	1.010	.00	391.0	-	-	-	-
66	1	1.050	.00	392.0	-	-	-	-
67	0	1.000	.00	-	-	28.0	7.0	-
68	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
69	2	1.035	.00	-	-	-	-	-
70	0	1.000	.00	-	-	66.0	20.4	-
71	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
72	1	.980	.00	0.0	-	-	-	-
73	1	.990	.00	0.0	-	-	-	-
74	0	1.000	.00	-	-	68.0	15.0	-
75	0	1.000	.00	-	-	47.0	11.0	-
76	0	1.000	.00	-	-	68.0	36.0	-
77	0	1.000	.00	-	-	61.0	28.0	-
78	0	1.000	.00	-	-	71.0	26.0	-
79	0	1.000	.00	-	-	39.0	32.0	-
80	1	1.040	0.0	477.0	-	-	-	-

IEEE-118 (continuação...)

Barra	Tipo	V	δ	P_{gerado}	Q_{gerado}	P_c	Q_c	Q_{shunt}
No.		(pu)	(graus)	(MW)	(MVAR)	(MW)	(MVAR)	(MVAR)
81	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
82	0	1.000	.00	-	-	54.0	7.0	-
83	0	1.000	.00	-	-	20.0	0.0	-
84	0	1.000	.00	-	-	11.0	7.0	-
85	0	1.000	.00	-	-	24.0	15.0	-
86	0	1.000	.00	-	-	21.0	10.0	-
87	1	1.020	.00	0.0		-	-	-
88	0	1.000	.00	-	-	48.0	10.0	-
89	1	1.010	.00	60.7		-	-	-
90	1	.980	.00	0.0		-	-	-
91	1	.980	.00	0.0		-	-	-
92	0	1.000	.00	-	-	65.0	10.0	-
93	0	1.000	.00	-	-	12.0	7.0	-
94	0	1.000	.00	-	-	30.0	16.0	-
95	0	1.000	.00	-	-	42.0	31.0	-
96	0	1.000	.00	-	-	38.0	15.0	-
97	0	1.000	.00	-	-	15.0	9.0	-
98	0	1.0000	.00	-	-	34.0	8.0	-
99	1	1.010	.00	0.0		-	-	-
100	1	1.020	.00	252.0		-	-	-
101	0	1.000	.00	-	-	22.0	15.0	-
102	0	1.000	.00	-	-	5.0	3.0	-
103	1	1.010	.00	40.0		-	-	-
104	0	1.000	.00	-	-	38.0	25.0	-
105	0	1.000	.00	-	-	31.0	6.0	-
106	0	1.000	.00	-	-	43.0	16.0	-
107	1	.950	.00	0.0		-	-	-
108	0	1.000	.00	-	-	0.0	0.0	-
109	0	1.000	.00	-		8.0	3.0	-
110	0	1.000	.00	-	-	39.0	24.0	-
111	1	.980	.00	36.0		-	-	-
112	1	.970	.00	0.0		-	-	-
113	1	.990	.00	0.0		-	-	-
114	0	1.000	.00	-	-	8.0	3.0	-
115	0	1.000	.00	-	-	22.0	7.0	-
116	1	1.000	.00	0.0		-	-	-
117	0	1.000	.00	-	-	20.0	8.0	-
118	0	1.000	.00	-	-	33.0	15.0	-

Apêndice C

Pontos de Alavancamento dos Sistemas-Teste

As medidas classificadas como pontos de alavancamento e listadas nas tabelas mostradas a seguir são as mais discrepantes entre o total de pontos de alavancamento identificados. O parâmetro considerado na filtragem de tais medidas é o fator de ponderação (w_i), que é função dos índices de estatística de projeção, conforme é definido na Eq. (3.6).

C.1. Sistema-Teste IEEE-14 Barras

Tabela C.1 - Sistema-Teste IEEE-14 Barras: Pontos de Alavancamento

Estimadores:		MQRDI			MQRDI-DR		
No.	Medida	EP_i	Limiar	Peso (w_i)	EP_i	Limiar	Peso (w_i)
1	T_{1-2}	681.	9.35	.189E-03	.102E+04	5.02	.243E-04
2	T_{2-1}	689.	9.35	.184E-03	.103E+04	5.02	.237E-04
3	P_1	588.	12.8	.474E-03	879.	7.38	.705E-04
4	P_2	.107E+04	19.0	.316E-03	.161E+04	11.1	.477E-04

C.2. Sistema-Teste IEEE-30 Barras

Tabela C.2 - Sistema-Teste IEEE-30 Barras: Pontos de Alavancamento

Estimadores:		MQRDI			MQRDI-DR		
No.	Medida	EP_i	Limiar	Peso (w_i)	EP_i	Limiar	Peso (w_i)
1	T_{4-3}	375.	11.1	.877E-03	-	-	-
2	T_{4-6}	.692E+05	11.1	.258E-07	.196E+05	7.38	.142E-06
3	T_{6-4}	.698E+05	11.1	.253E-07	.198E+05	7.38	.139E-06
4	T_{6-8}	425.	11.1	.683E-03	-	-	-
5	U_{4-3}	353.	11.1	.988E-03	316.	7.38	.544E-03
6	U_{4-6}	.672E+05	11.1	.273E-07	.590E+05	7.38	.156E-07
7	U_{6-4}	.672E+05	11.1	.273E-07	.590E+05	7.38	.156E-07
8	P_3	447.	12.8	.819E-03	-	-	-
9	P_4	.850E+05	20.5	.582E-07	.241E+05	12.8	.283E-06
10	P_6	.858E+05	28.8	.113E-06	.243E+05	17.5	.518E-06
11	Q_4	.677E+05	20.5	.917E-07	.595E+05	12.8	.463E-07
12	Q_6	.681E+05	28.8	.179E-06	.599E+05	17.5	.855E-07

C.3. Sistema-Teste IEEE-118 Barras

Tabela C.3 - Sistema-Teste IEEE-118 Barras: Pontos de Alavancamento

Estimadores:		MQRDI			MQRDI-DR		
No.	Medida	EP_i	Limiar	Peso (w_i)	EP_i	Limiar	Peso (w_i)
1	T_{11-12}	364.	11.1	.931E-03	-	-	-
2	T_{27-115}	946.	11.1	.138E-03	-	-	-
3	T_{114-32}	.117E+04	11.1	.906E-04	-	-	-
4	T_{49-50}	450.	11.1	.610E-03	-	-	-
5	T_{50-57}	544.	11.1	.416E-03	-	-	-
6	T_{54-56}	593.	11.1	.351E-03	314.	7.38	.551E-03
7	T_{56-57}	394.	11.1	.795E-03	-	-	-
8	T_{61-62}	486.	11.1	.521E-03	-	-	-
9	T_{92-102}	.149E+04	11.1	.554E-04	-	-	-
10	$T_{100-101}$	712.	11.1	.243E-03	-	-	-
11	$T_{101-102}$.152E+04	11.1	.535E-04	-	-	-
12	$T_{115-114}$.138E+05	11.1	.649E-06	-	-	-
13	U_{27-115}	945.	11.1	.138E-03	-	-	-
14	U_{114-32}	.114E+04	11.1	.956E-04	-	-	-
15	U_{49-50}	687.	11.1	.261E-03	-	-	-
16	U_{50-57}	775.	11.1	.205E-03	-	-	-
17	U_{54-56}	510.	11.1	.473E-03	267.	7.38	.766E-03
18	U_{56-57}	540.	11.1	.422E-03	-	-	-
19	U_{92-102}	.169E+04	11.1	.430E-04	-	-	-
20	$U_{100-101}$	733.	11.1	.229E-03	-	-	-
21	$U_{101-102}$.168E+04	11.1	.435E-04	-	-	-
22	$U_{115-114}$.134E+05	11.1	.685E-06	-	-	-
23	P_{27}	787.	20.5	.678E-03	-	-	-
24	P_{32}	.101E+04	23.3	.530E-03	-	-	-
25	P_{68}	999.	20.5	.421E-03	-	-	-
26	P_{92}	.137E+04	26.1	.363E-03	-	-	-
27	Q_{27}	889.	20.5	.531E-03	-	-	-
28	Q_{32}	.112E+04	23.3	.436E-03	-	-	-
29	Q_{68}	773.	20.5	.704E-03	-	-	-
30	Q_{92}	.169E+04	26.1	.239E-03	-	-	-

C.4. Sistema-Realístico de 340 Barras

Tabela C.4 - Sistema-Realístico de 340 Barras: Pontos de Alavancamento

Estimadores:		MQRDI			MQRDI-DR		
No.	Medida	EP_i	Limiar	Peso (w_i)	EP_i	Limiar	Peso (w_i)
1	T_{4-28}	763.	11.1	.272E-03	-	-	-
2	T_{28-4}	673.	11.1	.272E-03	-	-	-
3	T_{4-135}	632.	11.1	.308E-03	-	-	-
4	T_{135-4}	632.	11.1	.308E-03	-	-	-
5	T_{36-47}	385.	11.1	.831E-03	-	-	-
6	T_{47-36}	384.	11.1	.836E-03	-	-	-
7	T_{45-37}	432.	11.1	.659E-03	-	-	-
8	T_{38-51}	359.	11.1	.956E-03	-	-	-
9	T_{63-62}	.152E+04	11.1	.535E-04	-	-	-
10	T_{64-63}	.140E+04	11.1	.626E-04	-	-	-
11	T_{73-72}	.190E+04	11.1	.340E-04	-	-	-
12	T_{72-73}	884.	11.1	.158E-03	-	-	-
13	T_{118-72}	.777E+06	11.1	.204E-09	.356E+05	7.38	.431E-07
14	T_{78-75}	515.	11.1	.464E-03	270.	7.38	.748E-03
15	$T_{118-117}$.310E+04	11.1	.128E-04	-	-	-
16	$T_{143-142}$	391.	11.1	.806E-03	-	-	-
17	$T_{282-250}$.553E+04	11.1	.402E-05	258.	7.38	.818E-03
18	$T_{282-251}$.554E+04	11.1	.401E-05	258.	7.38	.818E-03
19	$T_{281-283}$	488.	11.1	.517E-03	-	-	-
20	$T_{329-330}$	514.	11.1	.466E-03	-	-	-
21	U_{4-28}	578.	11.1	.369E-03	-	-	-
22	U_{28-4}	580.	11.1	.366E-03	-	-	-
23	U_{4-135}	537.	11.1	.428E-03	-	-	-
24	U_{135-4}	538.	11.1	.425E-03	-	-	-
25	U_{6-20}	661.	11.1	.282E-03	-	-	-
26	U_{20-6}	666.	11.1	.278E-03	-	-	-
27	U_{38-17}	413.	11.1	.723E-03	-	-	-
28	U_{20-34}	570.	11.1	.379E-03	-	-	-
29	U_{20-34}	582.	11.1	.364E-03	-	-	-
30	U_{22-36}	416.	11.1	.713E-03	-	-	-
31	U_{27-48}	965.	11.1	.132E-03	-	-	-
32	U_{48-27}	953.	11.1	.136E-03	-	-	-
33	U_{32-34}	663.	11.1	.280E-03	-	-	-
34	U_{36-47}	470.	11.1	.557E-03	-	-	-
35	U_{47-36}	465.	11.1	.570E-03	-	-	-
36	U_{38-51}	.185E+04	11.1	.360E-04	-	-	-
37	U_{63-62}	.121E+04	11.1	.839E-04	-	-	-
38	U_{64-63}	.364E+04	11.1	.928E-05	-	-	-
39	U_{140-64}	543.	11.1	.417E-03	-	-	-
40	U_{73-72}	.484E+04	11.1	.525E-05	-	-	-

340 barras (continuação...)

Estimadores:		MQRDI			MQRDI-DR		
No.	Medida	EP_i	Limiar	Peso (w_i)	EP_i	Limiar	Peso (w_i)
41	U_{118-72}	.826E+05	11.1	.181E-07	.604E+04	7.38	.149E-05
42	U_{78-75}	527.	11.1	.444E-03	395.	7.38	.349E-03
43	U_{80-79}	372.	11.1	.891E-03	-	-	-
44	U_{84-119}	937.	11.1	.140E-03	-	-	-
45	U_{119-84}	983.	11.1	.127E-03	-	-	-
46	$U_{124-176}$	866.	11.1	.164E-03	-	-	-
47	$U_{176-124}$	853.	11.1	.169E-03	-	-	-
48	$U_{128-127}$	792.	11.1	.196E-03	-	-	-
49	$U_{143-142}$.105E+04	11.1	.112E-03	-	-	-
50	$U_{285-187}$	430.	11.1	.667E-03	-	-	-
51	$U_{203-271}$.208E+04	11.1	.285E-04	-	-	-
52	$U_{271-203}$.233E+04	11.1	.227E-04	-	-	-
53	$U_{276-203}$	750.	11.1	.219E-03	-	-	-
54	$U_{266-204}$	651.	11.1	.290E-03	-	-	-
55	$U_{224-206}$	498.	11.1	.496E-03	-	-	-
56	$U_{208-215}$	601.	11.1	.342E-03	-	-	-
57	$U_{215-208}$	361.	11.1	.945E-03	-	-	-
58	$U_{235-215}$	387.	11.1	.822E-03	-	-	-
59	$U_{233-234}$	541.	11.1	.420E-03	-	-	-
60	$U_{234-233}$	696.	11.1	.254E-03	-	-	-
61	$U_{282-250}$.179E+04	11.1	.384E-04	.183E+04	7.38	.163E-04
62	$U_{282-251}$.179E+04	11.1	.384E-04	.183E+04	7.38	.163E-04
63	$U_{280-253}$	391.	11.1	.806E-03	-	-	-
64	$U_{264-274}$	513.	11.1	.468E-03	-	-	-
65	$U_{266-285}$	354.	11.1	.984E-03	-	-	-
66	$U_{268-269}$	361.	11.1	.944E-03	-	-	-
67	$U_{269-268}$	361.	11.1	.944E-03	-	-	-
68	$U_{271-287}$.140E+04	11.1	.628E-04	-	-	-
69	$U_{287-271}$.141E+04	11.1	.624E-04	-	-	-
70	$U_{272-287}$	407.	11.1	.744E-03	-	-	-
71	$U_{285-312}$.133E+04	11.1	.692E-04	-	-	-
72	$U_{296-308}$	364.	11.1	.932E-03	-	-	-
73	$U_{308-296}$	402.	11.1	.762E-03	-	-	-
74	$U_{309-310}$	693.	11.1	.257E-03	-	-	-
75	$U_{311-310}$	405.	11.1	.750E-03	-	-	-
76	$U_{329-330}$	381.	11.1	.849E-03	-	-	-
77	P_{42}	534.	14.4	.727E-03	-	-	-
78	P_{62}	.192E+04	14.4	.562E-04	-	-	-
79	P_{64}	.157E+04	14.4	.839E-04	-	-	-
80	P_{72}	.230E+07	17.5	.577E-10	.105E+06	11.1	.111E-07

340 barras (continuação...)

Estimadores:		MQRDI			MQRDI-DR		
No.	Medida	EP_i	Limiar	Peso (w_i)	EP_i	Limiar	Peso (w_i)
81	P ₈₄	.464E+04	14.4	.965E-05	910.	9.35	.105E-03
82	P ₁₁₇	.996E+04	17.5	.309E-05	461.	11.1	.581E-03
83	P ₁₁₈	.253E+07	14.4	.324E-10	.116E+06	9.35	.652E-08
84	P ₁₁₉	.505E+04	28.8	.326E-04	990.	17.5	.313E-03
85	P ₁₂₄	.180E+04	20.5	.130E-03	638.	12.8	.403E-03
86	P ₁₂₇	.297E+04	23.3	.614E-04	648.	14.4	.494E-03
87	P ₁₂₈	.277E+04	17.5	.399E-04	604.	11.1	.338E-03
88	P ₁₆₈	.115E+04	20.5	.319E-03	-	-	-
89	P ₁₇₆	.170E+04	17.5	.106E-03	603.	11.1	.338E-03
90	P ₁₈₃	.127E+04	17.5	.189E-03	-	-	-
91	P ₁₈₅	.145E+04	14.4	.988E-04	-	-	-
92	P ₁₈₆	.441E+04	17.5	.157E-04	.226E+04	11.1	.242E-04
93	P ₁₈₇	.434E+04	23.3	.288E-04	.222E+04	14.4	.420E-04
94	P ₂₀₃	.374E+04	26.1	.488E-04	-	-	-
95	P ₂₀₄	757.	17.5	.535E-03	-	-	-
96	P ₂₂₄	.383E+04	20.5	.286E-04	462.	12.8	.768E-03
97	P ₂₅₀	.623E+04	17.5	.789E-05	-	-	-
98	P ₂₅₁	.624E+04	17.5	.788E-05	-	-	-
99	P ₂₅₉	.107E+04	14.4	.182E-03	-	-	-
100	P ₂₆₃	852.	23.3	.749E-03	-	-	-
101	P ₂₆₄	.124E+04	14.4	.135E-03	-	-	-
102	P ₂₆₆	816.	14.4	.311E-03	-	-	-
103	P ₂₇₁	507.	14.4	.807E-03	-	-	-
104	P ₂₈₀	.384E+04	17.5	.207E-04	-	-	-
105	P ₂₈₂	.918E+04	17.5	.363E-05	428.	11.1	.674E-03
106	P ₂₈₃	685.	14.4	.442E-03	-	-	-
107	P ₂₈₅	.331E+04	17.5	.279E-04	965.	11.1	.132E-03
108	P ₂₈₇	.163E+04	17.5	.115E-03	-	-	-
109	P ₃₀₅	.136E+04	23.3	.292E-03	568.	14.4	.643E-03
110	P ₃₂₉	.127E+04	23.3	.335E-03	-	-	-
111	P ₃₃₀	764.	14.4	.355E-03	-	-	-
112	Q ₃₂	663.	11.1	.280E-03	-	-	-
113	Q ₃₄	830.	17.5	.444E-03	-	-	-
114	Q ₄₈	.116E+04	14.4	.155E-03	-	-	-
115	Q ₆₂	.121E+04	14.4	.141E-03	-	-	-
116	Q ₆₄	.416E+04	14.4	.120E-04	-	-	-
117	Q ₇₂	.794E+05	17.5	.485E-07	.583E+04	11.1	.363E-05
118	Q ₈₄	.403E+04	14.4	.128E-04	427.	9.35	.481E-03
119	Q ₁₁₈	.829E+05	14.4	.301E-07	.606E+04	9.35	.238E-05
120	Q ₁₁₉	.436E+04	28.8	.437E-04	-	-	-

340 barras (continuação...)

Estimadores:		MQRDI			MQRDI-DR		
No.	Medida	EP_i	Limiar	Peso (w_i)	EP_i	Limiar	Peso (w_i)
121	Q ₁₂₄	.115E+04	20.5	.317E-03	-	-	-
122	Q ₁₂₇	.153E+04	23.3	.232E-03	-	-	-
123	Q ₁₂₈	.143E+04	17.5	.150E-03	420.	11.1	.698E-03
124	Q ₁₄₂	.108E+04	17.5	.261E-03	-	-	-
125	Q ₁₄₃	.118E+04	28.8	.596E-03	-	-	-
126	Q ₁₇₆	.251E+04	17.5	.486E-04	-	-	-
127	Q ₁₈₅	524.	14.4	.754E-03	-	-	-
128	Q ₁₈₆	.374E+04	17.5	.219E-04	444.	11.1	.625E-03
129	Q ₂₀₃	.455E+04	26.1	.330E-04	-	-	-
120	Q ₂₀₄	755.	17.5	.537E-03	-	-	-
131	Q ₂₀₆	.303E+04	20.5	.459E-04	-	-	-
132	Q ₂₀₈	601.	11.1	.342E-03	-	-	-
133	Q ₂₀₉	396.	11.1	.785E-03	-	-	-
134	Q ₂₁₅	666.	14.4	.468E-03	-	-	-
135	Q ₂₂₄	.148E+04	20.5	.192E-03	-	-	-
136	Q ₂₅₀	.185E+04	17.5	.895E-04	.189E+04	11.1	.345E-04
137	Q ₂₅₁	.185E+04	17.5	.895E-04	.189E+04	11.1	.345E-04
138	Q ₂₆₃	861.	23.3	.733E-03	-	-	-
139	Q ₂₆₃	540.	14.4	.710E-03	-	-	-
140	Q ₂₆₆	816.	14.4	.312E-03	-	-	-
141	Q ₂₆₆	361.	11.1	.944E-03	-	-	-
142	Q ₂₇₁	.530E+04	14.4	.738E-05	315.	9.35	.880E-03
143	Q ₂₇₂	407.	11.1	.744E-03	-	-	-
144	Q ₂₇₄	532.	14.4	.732E-03	-	-	-
145	Q ₂₇₆	750.	11.1	.219E-03	-	-	-
146	Q ₂₈₀	867.	17.5	.408E-03	-	-	-
147	Q ₂₈₂	.272E+04	17.5	.413E-04	.278E+04	11.1	.159E-04
148	Q ₂₈₅	.230E+04	17.5	.578E-04	-	-	-
149	Q ₂₈₇	694.	17.5	.636E-03	-	-	-
150	Q ₂₉₀	357.	11.1	.966E-03	-	-	-
151	Q ₃₀₅	755.	23.3	.954E-03	-	-	-
152	Q ₃₁₀	.103E+04	14.4	.197E-03	-	-	-
153	Q ₃₁₂	.169E+04	34.2	.408E-03	-	-	-